גיאומטריה

הכנה לבחינה הפסיכומטרית

מדריכים: אלעד שווייצר, ליאור כהן

המשרד לשוויון חברתי
מטה ישראל דיגיטלית

המיזם הלאומי ללמידה דיגיטלית

הקורס פותח בליווי ובייעוץ מקצועי של המרכז הארצי לבחינות ולהערכה (מאל"ו)

מהדורה: 919880

השימוש בכל מידע ו/או תוכן המופיע באתר הקורס ו/או בעזרי הלימוד הנלווים הוא על אחריות המשתמש בלבד. מדינת ישראל - המשרד לשוויון חברתי ו/או כל משרד ממשלתי אחר אינה מתחייבת כי האתר ו/או עזרי הלימוד הנלווים ו/או תכניהם יענו לכל דרישות המשתמש, ו/או שהשירות לא יופרע ו/או יתקיים בזמן, בביטחה וללא טעויות. מדינת ישראל אינה מתחייבת לגבי התוצאות אשר תושגנה כתוצאה משימוש באתר ו/או בעזרי הלימוד הנלווים או לגבי הדיוק והאמינות של המידע אשר יושג באמצעות מי מהם.

מדינת ישראל אינה מתחייבת ולא תהיה אחראית לגבי תוצאות השימוש באתר הקורס ו/או בעזרי הלימוד הנלווים ולגבי מידת התאמתם לרמתו המקצועית ו/או הלימודית של הלומד. בפרט מודגש, כי אין בקבלת ציון ו/או בקבלת משוב כזה או אחר, ברמה רגילה או ברמה גבוהה, במסגרת התרגילים והבחנים שבקורס, כדי להוות אינדיקציה כלשהי או מדד כלשהו ליכולתו של הלומד להצליח בבחינה הפסיכומטרית, כולה או חלקה.

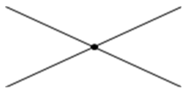
למען הסר כל ספק, זכויות היוצרים בבחינה הפסיכומטרית וכן בשאלות לדוגמא מתוך בחינות פסיכומטריות המובאות בקורס הינן של המרכז הארצי להערכה (ע"ר) בלבד, ואין לעשות בשאלות אלו כל שימוש למעט לצורך לימוד ותרגול בקורס. הקורס אינו פותח או מפורסם על-ידי המרכז הארצי לבחינות והערכה ואינו באחריותו.

תוכן עניינים

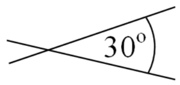
ישרים - יסודות

ישר - קו המחבר בין שתי נקודות.

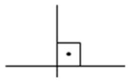
ישרים נחתכים - שני קווים ישרים שיש ביניהם נקודת חיתוך אחת.



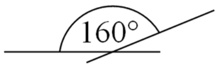
זווית חדה - זווית הקטנה מ-90°.



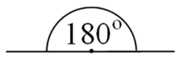
זווית ישרה - זווית השווה ל-90° בדיוק.
(זווית ישרה יוצרת שני ישרים המאונכים זה לזה)



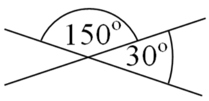
זווית קהה - זווית הגדולה מ-90°.



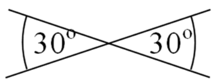
זווית שטוחה - זווית השווה ל-180°.
(זווית שטחה היא בעצם הזווית של קו ישר)



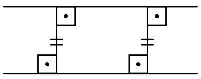
זוויות צמודות - שתי זוויות סמוכות הנוצרות מחיתוך שני ישרים, וסכומן שווה ל-180°.



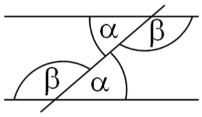
זוויות קודקודיות - שתי זוויות הממוקמות קודקוד מול קודקוד בנקודת חיתוך של 2 ישרים שוות זו לזו.



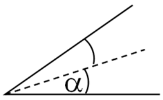
ישרים מקבילים - ישרים שמרחקם זה מזה קבוע לכל אורכם.
ישרים מקבילים לעולם אינם חוצים זה את זה.



ישר החותך שני ישרים מקבילים יוצר 8 זוויות -
הזוויות ״הקטנות״ שוות זו לזו;
הזוויות ״הגדולות״ שוות זו לזו;
וסכום ״קטנה״ ו״גדולה״ הוא $180°$.

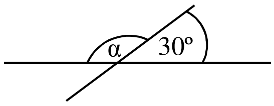


חוצה זווית - ישר היוצא מהקודקוד ומחלק את הזווית ל-2 זוויות שוות.



תרגול יסודות

1. על פי נתוני הסרטוט שלפניך,

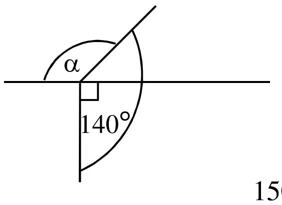


$\alpha = ?$

(1) 170°   (2) 100°   (3) 110°   (4) 150°

---

2. על פי נתוני הסרטוט שלפניך,

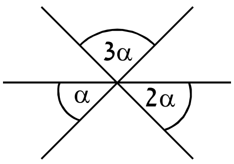


$\alpha = ?$

(1) 90°   (2) 110°   (3) 130°   (4) 150°

---

3. על פי נתוני הסרטוט שלפניך,

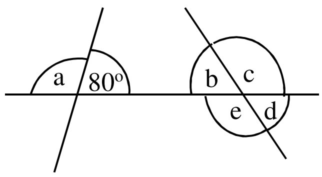


$\alpha = ?$

(1) 50°   (2) 20°   (3) 30°   (4) 40°

---

4. בסרטוט שלפניך 3 ישרים.
נתון: $\measuredangle a = 2\cdot\measuredangle b$.
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

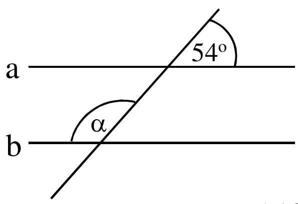


$c + e + d = ?$

(1) 270°   (2) 310°   (3) 325°   (4) 360°

---

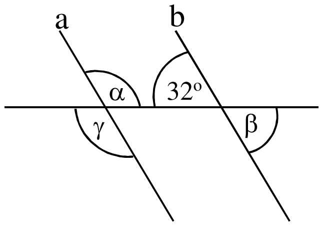
5. נתון: $a \parallel b$
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,



$\alpha = ?$

(1) 96°   (2) 126°   (3) 146°   (4) 156°

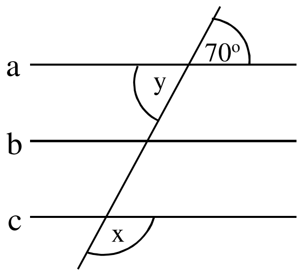
6. נתון: $a \parallel b$
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,



$\alpha + \beta + \gamma = ?$

(1) $180°$
(2) $212°$
(3) $282°$
(4) $328°$

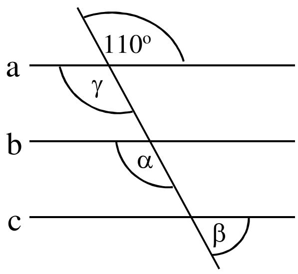
7. נתון: $a \parallel b \parallel c$
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,



$x - y = ?$

(1) $40°$
(2) $60°$
(3) $80°$
(4) $110°$

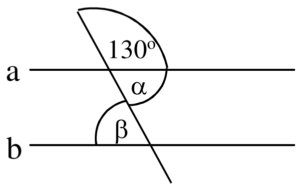
8. נתון: $a \parallel b \parallel c$
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,



$\beta - \alpha + \gamma = ?$

(1) $30°$
(2) $70°$
(3) $110°$
(4) $150°$

9. נתון: $a \parallel b$
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

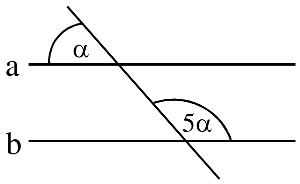


$\alpha + \beta = ?$

(1) $100°$ (2) $180°$ (3) $200°$ (4) $260°$

10. נתון: $a \parallel b$
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$



(1) $30°$ (2) $36°$ (3) $45°$ (4) $60°$

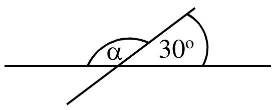
תשובות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	4	3	3	2	2	4	1	2	1	1

פתרתי 10 שאלות - ______________ נכונות, ______________ אחוזי הצלחה

1. תשובה (4) נכונה.

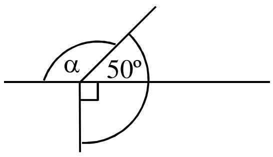
זווית α משלימה את הזווית בת ה-$30°$ ל-$180°$, ולכן היא שווה ל-$150°$.



$\alpha = 180° - 30° = 150°$

2. תשובה (3) נכונה.

נחסר מ-$140°$ את הזווית בת ה-$90°$:



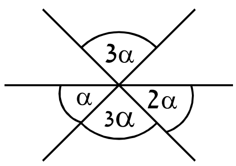
$140° - 90° = 50°$

זווית α משלימה את הזווית בת ה-$50°$ שקבלנו ל-$180°$:

$\alpha = 180° - 50° = 130°$

3. תשובה (3) נכונה.

נשלים את הזווית הקודקודית ל-3α בסרטוט.
סכום הזוויות על הישר הוא $180°$:



$\alpha + 3\alpha + 2\alpha = 180°$

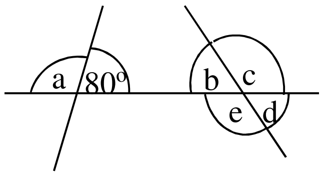
$6\alpha = 180°$

נחלק ב-6:

$\alpha = 30°$

4. תשובה (2) נכונה.

זווית a משלימה את הזווית בת ה-$80°$ ל-$180°$, ולכן היא שווה ל-$100°$.
על-פי המשוואה הנתונה:



$\measuredangle a = 2 \cdot \measuredangle b$

$100° = 2 \cdot \measuredangle b$

נחלק ב-2:

$50° = \measuredangle b$

נחשב את הביטוי המבוקש:

$\measuredangle c + \measuredangle e + \measuredangle d = ?$

זווית $\measuredangle c$ משלימה את זווית $\measuredangle b$ ל-$180°$, ולכן שווה ל-$130°$:

$130° + \measuredangle e + \measuredangle d = ?$

זוויות $\measuredangle e$ ו-$\measuredangle d$ צמודות ולכן סכומן שווה ל-$180°$:

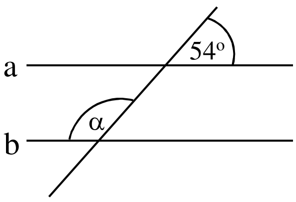
$130° + 180° = 310°$

דרך נוספת: אחרי שמצאנו את זווית b, נבין שהביטוי המבוקש שווה לזווית עגולה פחות b:

$360° - 50° = 310°$

---

5. תשובה (2) נכונה.

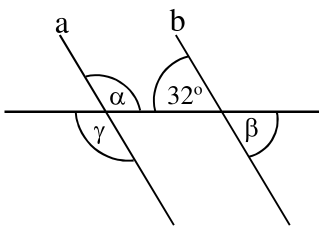


כאשר נתונים ישרים מקבילים וחותך, סכום זווית חדה וזווית קהה הוא $180°$.
זווית α משלימה את הזווית בת ה-$54°$ ל-$180°$:

$\alpha = 180° - 54° = 126°$

---

6. תשובה (4) נכונה.



זווית β קודקודית לזווית בת ה-$32°$ ולכן שווה לה.
זווית α משלימה את הזווית בת ה-$32°$ ל-$180°$ (סכום זווית קהה וזווית חדה בין שני מקבילים וחותך שווה ל-$180°$):

$\alpha = 180° - 32° = 148°$

זווית γ קודקודית לזווית α ולכן שווה גם היא ל-$148°$.
נחשב את הביטוי המבוקש:

$\alpha + \beta + \gamma = 148° + 32° + 148°$

שימו לב כי הסכום של זווית α וזווית β הוא $180°$ ולכן ניתן לקצר מעט את החישוב:

$\alpha + \beta + \gamma = 180° + 148° = 328°$

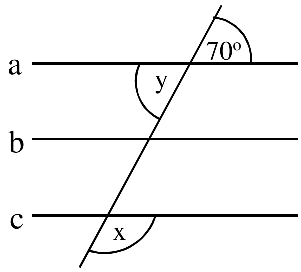
דרך נוספת: נבין שהביטוי המבוקש שווה לזווית עגולה פחות $32°$:

$360° - 32° = 328°$

.7 תשובה (1) נכונה.

זווית y קודקודית לזווית בת ה-$70°$ ולכן שווה לה.
כאשר נתונים מספר ישרים המקבילים זה לזה וחותך, סכום זווית חדה וזווית קהה הוא $180°$, ולכן זווית x משלימה את זווית y ל-$180°$, והיא שווה ל-$110°$.
נחשב את הביטוי המבוקש:

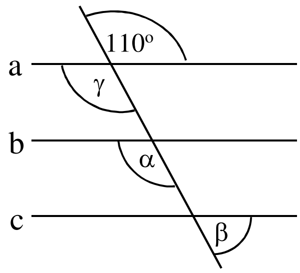
$$x - y = 110° - 70° = 40°$$



.8 תשובה (2) נכונה.

זווית γ קודקודית לזווית בת ה-$110°$ ולכן שווה לה.
כאשר נתונים ישרים מקבילים וחותך, כל הזוויות הקהות שוות זו לזו, ולכן, זווית α שווה לזווית γ, ושווה גם היא ל-$110°$.
סכום זווית חדה וזווית קהה הוא $180°$, ולכן זווית β משלימה את α ($110°$) ל-$180°$, ותהיה שווה ל-$70°$.
נחשב את הביטוי המבוקש:

$$\beta - \alpha + \gamma = 70° - 110° + 110° = 70°$$

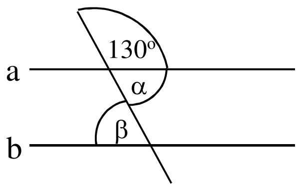


.9 תשובה (1) נכונה.

זווית α משלימה את הזווית בת ה-$130°$ ל-$180°$, ולכן שווה ל-$50°$.

זווית β שווה לזווית α (זוויות מתחלפות – "Z"), ולכן גם זווית β שווה ל-$50°$.
נחשב את הביטוי המבוקש:

$$\alpha + \beta = 50° + 50° = 100°$$



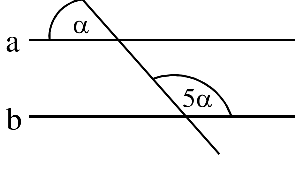
.10 תשובה (1) נכונה.

כאשר נתונים ישרים מקבילים וחותך, סכום זווית חדה וזווית קהה הוא $180°$, ולכן:

$$\alpha + 5\alpha = 180°$$
$$6\alpha = 180°$$

נחלק ב-6:

$$\alpha = 30°$$



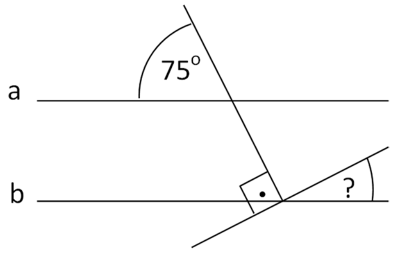
ישרים

דוגמה:

נתון: $a \parallel b$.

על-פי הנתונים המופיעים בסרטוט,

מה גודלה של הזווית המסומנת בסימן שאלה?



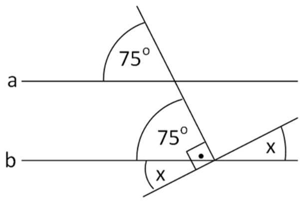
(1) $15°$

(2) $25°$

(3) $45°$

(4) $105°$

פתרון -



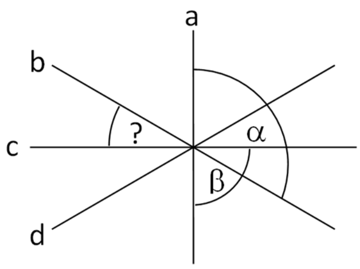
נשלים את הזווית המתאימה ל-$75°$ על הישר b.

זווית זו משלימה ל- $90°$ את הזווית הקודקודית לזווית המבוקשת:

$$75° + x = 90 \quad \Rightarrow \quad x = 15°$$

תשובה (1) נכונה.

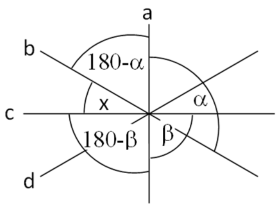
דוגמה:



הישרים a, b, c ו-d נחתכים בנקודה אחת משותפת (ראה סרטוט). על-פי הנתונים המופיעים בסרטוט,
מה גודלה של הזווית המסומנת בסימן שאלה?

(1) $\alpha+\beta-180°$
(2) $90°-\alpha+\beta$
(3) $\alpha+\beta-360°$
(4) $180°-(\alpha+\beta)$

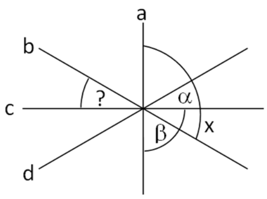
פתרון -



נשלים את הזוויות הצמודות ל-α ול-β, ונבנה משוואה המשלימה את הזוויות על הישר a (מצד שמאל שלו) ל- 180°:

$$(180-\alpha)+x+(180-\beta)=180$$
$$180-\alpha+x+180-\beta=180$$
$$x=\alpha+\beta-180$$

דרך נוספת -



נסמן ב- x את הזווית הקודקודית של הזווית המבוקשת:
α ו-β נשענות על הישר a. אם נחבר אותן, נקבל 180° + x (מכיוון שזווית x מחושבת פעמיים - גם בתוך α וגם בתוך β).
נבנה משוואה:

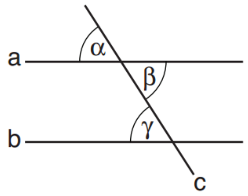
$$\alpha+\beta=180°+x$$
$$\alpha+b-180°=x$$

תשובה (1) נכונה.

תרגול שאלות מבחינות אמת

.1 בסרטוט שלפניכם הישר c חותך את הישרים a ו-b.

נתון: a || b



$\frac{2\alpha+\gamma}{\beta} = ?$

(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) 4

.2 במישור נתונים 5 ישרים a, b, c, d ו-e כך ש-
a מקביל ל-b,
b מאונך ל-c,
c מקביל ל-d,
ו-d מאונך ל-e.

איזו מהטענות הבאות נכונה?

(1) a מקביל ל-c

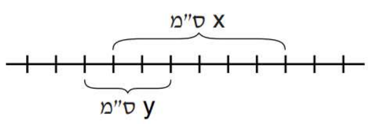
(2) a מקביל ל-d

(3) b מאונך ל-d

(4) b מאונך ל-e

.3 הישר שבסרטוט מחולק לקטעים בעלי אורך שווה.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,



$\frac{x}{y} = ?$

(1) $\frac{7}{4}$

(2) 2

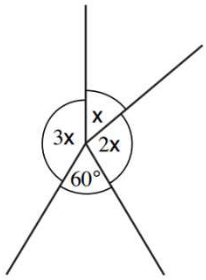
(3) 3

(4) אי-אפשר לדעת לפי הנתונים

פתרתי ______________ שאלות ב ______________ דקות, ______________ תשובות נכונות

4. בסרטוט שלפניכם 4 זוויות שלהן קדקוד משותף.

x = ?



(1) 72°

(2) 20°

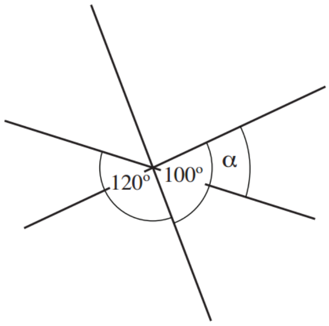
(3) 45°

(4) 50°

---

5. בסרטוט שלפניכם 3 ישרים הנחתכים בנקודה אחת.

על פי הנתונים בסרטוט,
מה גודלה של זווית α ?



(1) 60°

(2) 20°

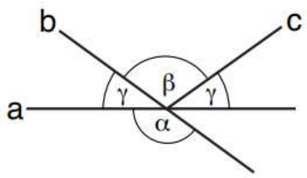
(3) 50°

(4) 40°

---

6. שלושת הישרים a, b ו-c נפגשים בנקודה אחת.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?



(1) $\beta < \alpha$

(2) $\beta > \alpha$

(3) $\beta = \alpha$

(4) אף לא אחת מהטענות הנ״ל נכונה בהכרח

---

7. a, b, c ו-d הם ארבעה ישרים שונים במישור.

נתון: $a \perp b$
$b \perp c$
$c \perp d$

איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

(1) $a \parallel d$

(2) $b \perp d$

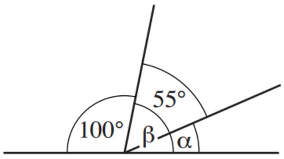
(3) $a \parallel c$

(4) הישרים a, b, c ו-d יוצרים ריבוע

---

8. לפי נתוני הסרטוט שלפניכם,

$\alpha + \beta = ?$

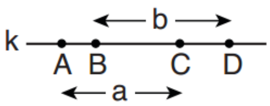


(1) $155°$
(2) $110°$
(3) $105°$
(4) $80°$

---

9. A, B, C ו-D הן נקודות על הישר k.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

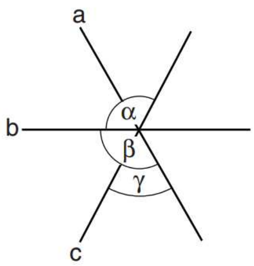


(1) $a + b < AD + BC$
(2) $a + b > AD + BC$
(3) $a + b = AD + BC$
(4) אף לא אחת מהטענות הנ"ל נכונה בהכרח

---

10. בסרטוט שלפניכם a, b ו-c הם ישרים הנחתכים בנקודה אחת.

לפי הנתונים שבסרטוט,
$\gamma = ?$



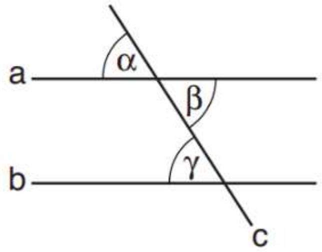
(1) $\frac{\alpha+\beta}{4}$
(2) $\beta - \frac{\alpha}{2}$
(3) $90° - \frac{\alpha+\beta}{2}$
(4) $\alpha + \beta - 180°$

תשובות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	3	3	2	4	4	1	3	3	3	4

פתרתי 10 שאלות - ______________ נכונות, ______________ אחוזי הצלחה

1. תשובה (3) נכונה. שאלה 1 מתוך 20 בפרק.



עלינו למצוא את גודלו במספרים של הביטוי $\frac{2\alpha+\gamma}{\beta}$. לשם כך, עלינו לבטא את גודלן של כל הזווית באמצעות זווית אחת בלבד, כך שהמשתנה יעלם והביטוי יהיה מספרי בלבד.

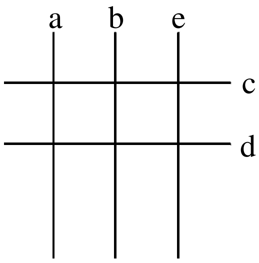
זווית α וזווית β הן זוויות קודקודיות. לכן, $\alpha = \beta$. בנוסף, זוויות α ו-γ הן זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים ולכן $\gamma = \alpha$. נציב נתונים אלה בביטוי:

$$\frac{2\alpha+\gamma}{\beta} = \frac{2\alpha+\alpha}{\alpha} = \frac{3\alpha}{\alpha} = 3$$

---

2. תשובה (3) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.

נתונים 5 ישרים. כדי להבין איזו טענה נכונה, נשרטט אותם. נשים לב שמדובר ב<u>ישרים</u> ולא בקטעים. כל ישר הוא אינסופי.

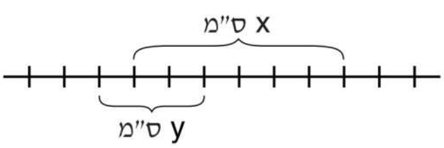


a מקביל ל-b,
b מאונך ל-c,
c מקביל ל-d
ו-d מאונך ל-e.

כעת ניתן לראות ש-b מאונך ל-d.

---

3. תשובה (2) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.



עלינו למצוא את היחס בין אורכי הקטעים x ו-y.
נתון שהישר מחולק לקטעים שווים, ולכן נספור כמה קטעים יש ב-x וב-y. x מורכב מ-6 קטעים, ו-y מורכב מ-3 קטעים. נחשב את היחס: $2 = \frac{6}{3}$.

הערה: משום שאנו נשאלים לגבי <u>היחס</u> בין x ל-y, אין משמעות לאורכי הקטעים, ו-x תמיד יהיה גדול פי 2 מ-y.
נוכיח זאת: נציב שאורכו של קטע אחד שווה ל-a. מכאן ש- $x = 6a$ ו- $y = 3a$. נחשב את היחס:

$$\frac{x}{y} = \frac{6a}{3a} = 2$$

ניתן לראות שאין חשיבות לאורכו של הקטע, שהרי הוא מצטמצם ואינו משפיע על תוצאת התרגיל.

---

4. תשובה (4) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.

4 הזוויות שבסרטוט מרכיבות יחד זווית עגולה שגודלה $360°$. כדי למצוא את x, נבנה משוואה המתארת את הקשר שלעיל ונחלץ את x :

$x + 2x + 60° + 3x = 360°$

נעביר אגפים ונכנס איברים דומים :

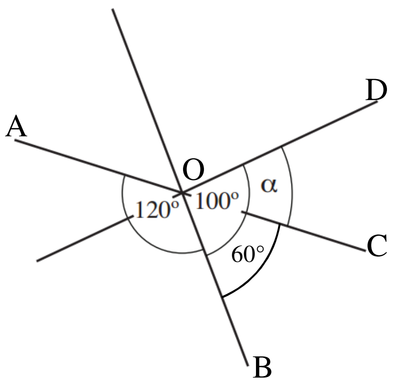
$6x = 300°$

נחלק ב-6 :

$x = 50°$

---

5. תשובה (4) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



נסמן את הנקודות כמתואר בסרטוט למען נוחות ההסבר.

כדי לקבוע את גודלה של α, ננסה לקשר אותה לגודל מוכר. גודלה של כל זווית $\sphericalangle BOD$ הוא $100°$, ולכן אם נמצא את גודל הזווית $\sphericalangle BOC$ נוכל לחשב את ערכה של α.

נתמקד בזווית השטוחה $\sphericalangle AOC$. זווית זו מורכבת מ-$\sphericalangle AOB = 120°$ ומזווית $\sphericalangle BOC$. נחשב את גודל זווית $\sphericalangle BOC$:

$\sphericalangle BOC + \sphericalangle AOB = 180°$

$\sphericalangle BOC + 120° = 180°$

$\sphericalangle BOC = 60°$

כעת, משמצאנו את גודלה של זווית $\sphericalangle BOC$, נוכל לחשב את ערכה של α. כאמור, סכומן הוא $100°$ ($\sphericalangle BOD$) :

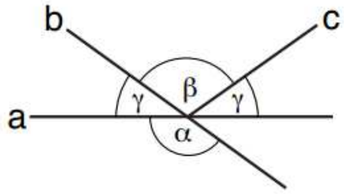
$\sphericalangle BOD = \sphericalangle BOC + \sphericalangle COD$

$100° = 60° + \alpha$

$\alpha = 40°$

---

6. תשובה (1) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הבנה גיאומטרית

עלינו לקבוע מה הקשר בין זווית α ל-β. נשים לב כי זווית α היא זווית קודקודית ל-$(\beta + \gamma)$. כלומר:

$\alpha = \beta + \gamma$

מאחר ש-α שווה ל-β ועוד זווית נוספת, ניתן להסיק כי $\alpha > \beta$.

דרך ב' – הצבת מספרים

נציב $\gamma = 20°$ ונמצא את גודלן של זוויות α ו-β. זוויות α ו-γ מרכיבות זווית שטוחה בת $180°$ על ישר b. נחשב את גודלה של α:

$\alpha + 20° = 180°$
$\alpha = 160°$

כעת נמצא את β. זוויות β ו-2γ מרכיבות זווית שטוחה על ישר a. נחשב את גודלה של β:

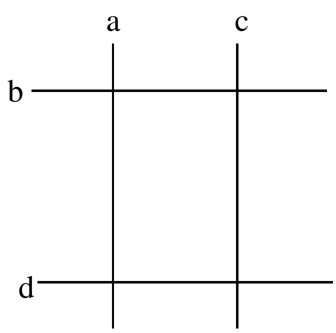
$\beta + 20° + 20° = 180°$
$\beta = 140°$

ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(3). כדי לפסול את תשובה (4) ניתן לבצע הצבה נוספת עבור γ, או להבין כי לא משנה מה גודלה, זווית β בהכרח תהיה קטנה יותר מ-α, מפני שזווית β "חולקת" זווית שטוחה עם 2γ, ואילו α "חולקת" זווית שטוחה עם γ אחת בלבד.

---

7. תשובה (3) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.

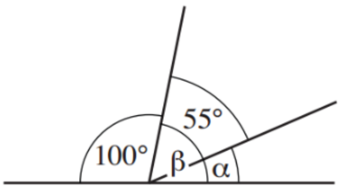
נשרטט את הישרים כמתואר בנתונים:



ניתן לראות שהישרים a ו-c מקבילים.

---

8. תשובה (3) נכונה. שאלה 7 מתוך 20 בפרק.



אנו מתבקשים למצוא את הסכום $\alpha + \beta$. נתחיל במציאת α:

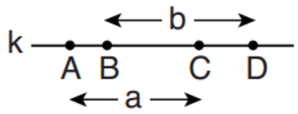
α, זווית בת $55°$ וזווית בת $100°$ מרכיבות יחד זווית שטוחה. לפיכך, $\alpha = 25°$ $(180° - 100° - 55°)$.

α וזווית בת $55°$ שוות יחד ל-β. לפיכך, $\beta = 80°$ $(25° + 55°)$.

כעת נחשב את סכומן של $\alpha + \beta$:

$\alpha + \beta = 25° + 80° = 105°$

9. תשובה (3) נכונה. שאלה 12 מתוך 20 בפרק.



בשאלה זו אנו מתבקשים לקבוע מה הקשר בין AD + BC ל-a + b. נבחין באמצעות הסרטוט בכך שבכל סכום, קטע BC נכלל פעמיים ואילו הקטעים AB ו-CD נכללים פעם אחת. על כן, AD + BC = a + b.

אין זה הכרחי לתאר את הקשר באופן אלגברי, אולם נעשה זאת למען שלמות ההסבר.

לשם כך, נבטא כל סכום באמצעות אותן יחידות (קטעים AB, BC ו-CD).
תחילה נבטא את גודלם של הקטעים a ו-b ואת סכומם:

$a = AB + BC$
$b = BC + CD$
$a + b = AB + 2BC + CD$

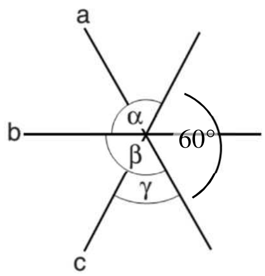
כעת נבטא את גודלו של הקטע AD ואת סכומם של הקטעים AD ו-BC באמצעות הקטעים הקצרים:

$AD = AB + BC + CD$
$AD + BC = AB + 2BC + CD$

לפיכך, AD + BC = a + b.

10. תשובה (4) נכונה. שאלה 17 מתוך 20 בפרק.

דרך א' – הצבת מספרים



כדי למצוא את γ ניתן להציב מספר במקום כל זווית המופיעה בתשובות. נציב $\alpha = 150°$, $\beta = 150°$.
סכומן הוא $300°$ ולכן הזווית שנותרה להשלמת הזווית העגולה שווה ל-$60°$.
כעת, משמצאנו את הזווית הצמודה ל-γ, ניתן למצוא את γ:

$$\gamma + 60 = 180$$
$$\gamma = 120°$$

כעת, נציב מספרים בתשובות ונפסול כל תשובה שאינה שווה ל-$120°$:

(1) $\frac{\alpha+\beta}{4} = \frac{300}{4} = 75$ $\Rightarrow$ התשובה נפסלת

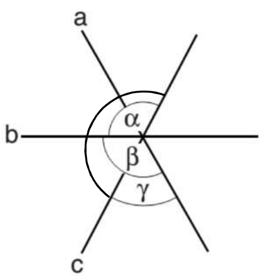
(2) $\beta - \frac{\alpha}{2} = 150 - \frac{150}{2} = 75$ $\Rightarrow$ התשובה נפסלת

(3) $90 - \frac{\alpha+\beta}{2} = 90 - \frac{300}{2} = -60$ $\Rightarrow$ התשובה נפסלת

טיפ: כיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את תשובה (4) מבלי לבדוק אותה. למען שלמות ההסבר נבדוק את נכונותה.

(4) $\alpha + \beta - 180 = 300 - 180 = 120$ $\Rightarrow$ **תשובה נכונה**

דרך ב' – פתרון מתמטי



עלינו לבטא את γ באמצעות α ו-β.
ניתן לשים לב שהזווית המורכבת מ- $\alpha + \beta$ שווה ל- γ ועוד זווית שטוחה, כלומר: $\gamma + 180$.

$$\gamma + 180 = \alpha + \beta$$

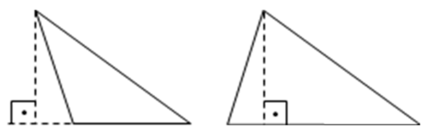
נבודד את γ:

$$\gamma = \alpha + \beta - 180$$

משולשים - יסודות

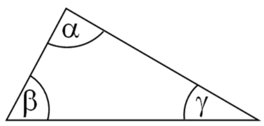
תיכון - ישר היוצא מהקודקוד ומחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים שווים.

גובה - ישר היוצא מהקודקוד ויוצר זווית של $90°$ עם הצלע ממולו או עם המשכה.



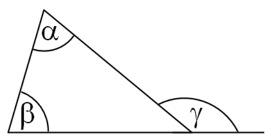
סכום הזוויות במשולש שווה ל- $180°$.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$



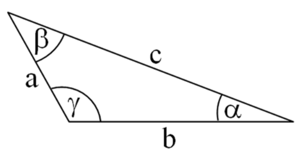
זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

$$\gamma = \alpha + \beta$$

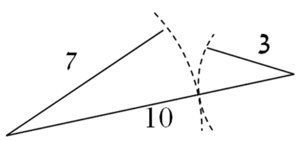


במשולש כלשהו, הצלע הגדולה נמצאת מול הזווית הגדולה, והצלע הקטנה נמצאת מול הזווית הקטנה.

$$a < b < c \quad , \quad \alpha < \beta < \gamma$$

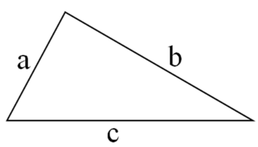


סכום שתי צלעות במשולש יהיה תמיד גדול מהצלע השלישית.



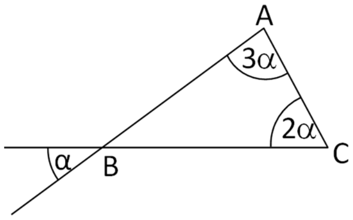
צלע במשולש תמיד קטנה מסכום שתי הצלעות האחרות וגדולה מהפרשן.

$$b - a < c < a + b$$



דוגמה:

בסרטוט שלפניכם משולש ABC.
על-פי הנתונים המופיעים בסרטוט,
מה גודלה של זווית α?



(1) $25°$
(2) $45°$
(3) $30°$
(4) $60°$

פתרון -

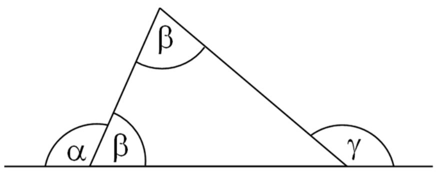
נפתור על ידי המשפט של סכום זוויות במשולש.
זווית $\sphericalangle ABC$ היא זווית קודקודית לזווית α ולכן שווה לה.
נשלים את הזוויות במשולש ABC ל- $180°$:

$$\alpha + 3\alpha + 2\alpha = 180° \quad \Rightarrow \quad 6\alpha = 180° \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30$$

תשובה (3) נכונה.

דוגמה:

על-פי הנתונים המופיעים בסרטוט,
$2\alpha + \gamma = ?$



(1) $180°$
(2) $270°$
(3) $360°$
(4) $450°$

פתרון -

זווית α צמודה לזווית β ולכן משלימה אותה ל- $180°$:

$$\alpha = 180° - \beta$$

זווית חיצונית למשולש שווה לשתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, ולכן:

$$\gamma = \beta + \beta = 2\beta$$

נחשב את הביטוי המבוקש:

$$2\alpha + \gamma = 2(180° - \beta) + 2\beta = 360° - 2\beta + 2\beta = 360°$$

תשובה (3) נכונה.

דוגמה:

בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

נתון: 5 ס״מ = AC, 9 ס״מ = BC.

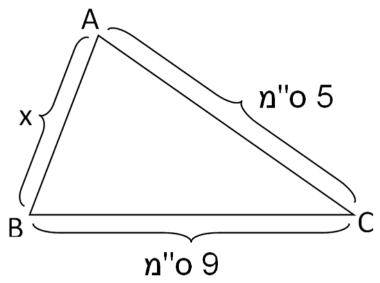
מה **יכול להיות** ערכו של x (בס״מ)?

(1) 17

(2) 14

(3) 9

(4) 4



פתרון -

במשולש, סכום שתי צלעות גדול מהצלע השלישית.
מה המשפט הזה אומר בעצם?

אם אני רוצה להגיע מנקודה A לנקודה B, הדרך הקצרה ביותר תהיה ללכת ישר.

אם אלך דרך נקודה C, ברור שהדרך תהיה ארוכה יותר.

לכן, סכום שתי צלעות במשולש (AC + CB) גדול מהצלע השלישית - AB (זו פשוט דרך ארוכה יותר ללכת, אני עושה ״עיקוף״).

לפיכך, במשולש שלנו: $x < 5 + 9$

באותו אופן, אם אני רוצה ללכת מנקודה B לנקודה C, הדרך הקצרה ביותר תהיה ללכת ישר (9 ס״מ). אם אלך דרך נקודה A, אני שוב עושה ״עיקוף״, ולכן הדרך תהיה ארוכה יותר.

במשולש שלנו: $9 < x + 5$ $\Leftarrow$ $9 - 5 < x$

נשלב את שני האי-שוויונים שמצאנו:

$$9 - 5 < x < 9 + 5$$

בעצם, מצאנו את הכלל הבא:

צלע במשולש גדולה מהפרש שתי הצלעות האחרות וקטנה מסכומן

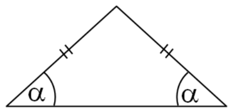
ובשאלה שלפנינו:

$$9 - 5 < x < 9 + 5 \quad \Rightarrow \quad 4 < x < 14$$

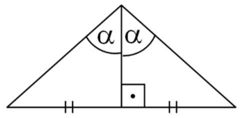
מתוך התשובות המוצעות, רק תשובה (3) אפשרית.

משולשים מיוחדים

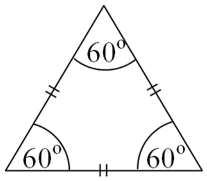
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.



במשולש שווה שוקיים, התיכון לבסיס הוא גם הגובה לבסיס וגם חוצה את זווית הראש.

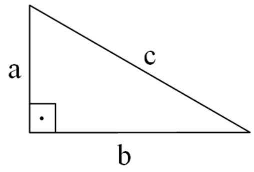


במשולש שווה צלעות כל הזוויות הן בנות $60°$. הוא מקיים את כל הכללים של משולש שווה שוקיים, כאשר כל אחת מצלעותיו יכולה להיות הבסיס.



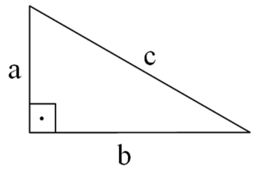
במשולש ישר זווית, היתר הוא הצלע הגדולה ביותר.

$a , b < c$



במשולש ישר זווית, מתקיים משפט פיתגורס.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



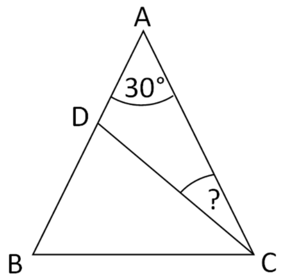
* יוסבר בפירוט בהמשך

דוגמה:

בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

D נקודה על הצלע AB.

נתון: $BC = CD$, $AB = AC$, $\sphericalangle BAC = 30°$.

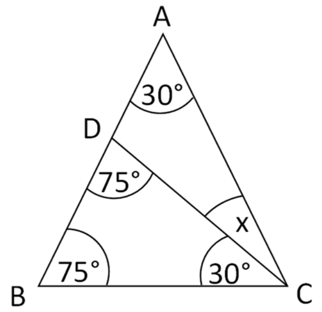


על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה גודלה של הזווית המסומנת בסימן שאלה?

(1) $25°$
(2) $45°$
(3) $75°$
(4) אי אפשר לדעת מהנתונים

פתרון -

משולש ABC הוא שווה-שוקיים ולכן זוויות הבסיס שלו שוות:



$$180° - 30° = 150°$$

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = \frac{150°}{2} = 75°$$

משולש CBD גם הוא שווה-שוקיים ולכן זוויות הבסיס שלו שוות, וגם זווית $\sphericalangle BDC = 75°$.

סכום זוויות במשולש CBD הוא $180°$:

$$\sphericalangle DCB = 180° - 75° - 75° = 30°$$

נחשב את הזווית המבוקשת:

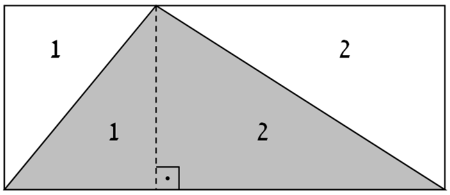
$$\sphericalangle ACD = \sphericalangle ACB - \sphericalangle DCB = 75° - 30° = 45°$$

תשובה (2) נכונה.

שטח משולשים

שטח משולש רגיל

משולש הוא בעצם חצי מלבן, ולכן ניתן לחשב את השטח שלו כמו מלבן (בסיס · גובה) ולחלק ל-2:



אם נוריד מקודקוד המשולש גובה, הוא יחלק את המלבן ל-2 מלבנים.
בכל אחד מהמלבנים צלע המשולש היא אלכסון המחלקת אותו לשני חלקים שווים, ולכן שטח המשולש שווה למחצית משטח המלבן:

$$\textbf{שטח משולש} = \frac{\textbf{צלע · גובה לצלע}}{2}$$

שטח משולש ישר זווית

במשולש ישר זווית, שני הניצבים מאונכים זה לזה, ולכן הם מהווים צלע וגובה, וניתן לחשב את השטח בעזרתם -

$$\textbf{שטח משולש ישר-זווית} = \frac{\textbf{מכפלת הניצבים}}{2}$$

* ניתן כמובן לחשב גם באמצעות העברת גובה ליתר, אך בדרך כלל קל יותר למצוא את אורכי הניצבים.

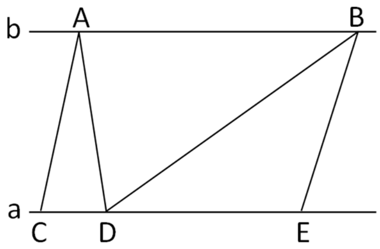
שטח משולש שווה צלעות

חישוב שטח משולש שווה צלעות נפוץ בבחינה, ולכן כדאי ללמוד נוסחה מהירה יותר לחישוב השטח שלו -
(a - צלע המשולש):

$$\textbf{שטח משולש שווה-צלעות} = \frac{a^2 \cdot\sqrt{3}}{4}$$

* דרך לזכור את הנוסחה לחישוב שטח משולש שווה צלעות: a-2-3-4 (כמו בריקודי-עם)

דוגמה:



נתון: $a \parallel b$, $DE = 3 \cdot CD$

על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$$\frac{\text{שטח משולש } BDE}{\text{שטח משולש } ACD} = ?$$

(1) $\frac{1}{3}$ (2) 2 (3) 3 (4) $\frac{2}{3}$

פתרון -

נפתור בעזרת נוסחת השטח של משולש.

נניח כי המרחק בין הישרים a ו-b הוא h (h = גובה המשולשים).

נציב: $DE = 3x$, $CD = x$

$$\frac{\text{שטח משולש } BDE}{\text{שטח משולש } ACD} = \frac{\frac{3x \cdot h}{2}}{\frac{x \cdot h}{2}} = \frac{3x \cdot h}{2} \cdot \frac{2}{x \cdot h} = \frac{3x \cdot h \cdot 2}{2 \cdot x \cdot h} = 3$$

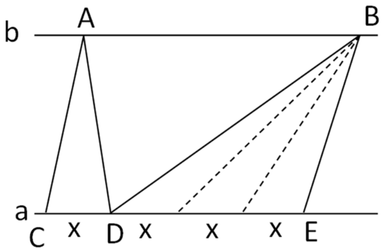
ניתן לפתור גם בעזרת הבנה, ללא חישוב.

את הצלע DE אפשר ל-3 חלקים שווים, שכל אחד מהם שווה ל-CD.

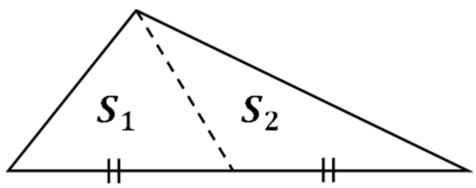
באופן זה ניתן לראות כי משולש BDE מורכב מ-3 משולשים, שלכל אחד מהם יש בסיס וגובה ששווים לבסיס והגובה של משולש ACD, ולכן כל אחד מהם שווה בשטחו לשטח משולש ACD.

זאת אומרת, שהשטח של משולש BDE הוא בדיוק פי 3 מהשטח של משולש ACD.

תשובה (3) נכונה.



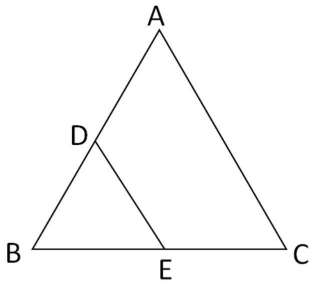
תיכון במשולש מחלק אותו לשני משולשים בעלי שטח שווה



$S_1 = S_2$

דוגמה:

נתון משולש שווה-צלעות ABC שהיקפו 6 ס״מ.
הנקודות D ו-E הן אמצעי הצלעות AB ו- BC בהתאמה.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה **שטח** המרובע ADEC (בסמ״ר) ?

(1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(2) $2\sqrt{3}$

(3) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

(4) $9\sqrt{3}$

פתרון -

שטח המרובע ADEC שווה לשטח המשולש ABC פחות שטח המשולש DBE.

נחשב את שטחי המשולשים בעזרת הנוסחה לחישוב שטח משולש שווה-צלעות.

היקף משולש ABC הוא 6 ס״מ, ולכן אורך כל צלע הוא 2 ס״מ.

לפיכך, אורך כל צלע במשולש DBE הוא 1 ס״מ.

שטח משולש ABC $= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4}$

שטח משולש DBE $= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

נחשב את שטח המרובע ADEC:

$$\frac{4\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

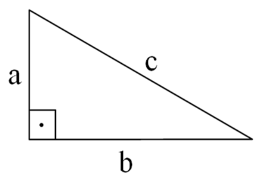
תשובה (3) נכונה.

משפט פיתגורס

מכיוון שאין בבחינה מחשבון ואין שימוש בטריגונומטריה, בחלק גדול מהשאלות נמצא את אורכי הצלעות המבוקשות בעזרת משפט פיתגורס:

במשולש ישר זווית מתקיים משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

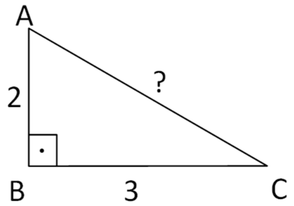


דוגמה:

נתון משולש ישר זווית ABC $(\measuredangle B = 90^\circ)$.

נתון: $BC = 3$ ס"מ , $AB = 2$ ס"מ.

$AC = ?$



פתרון -

נחשב את AC בעזרת משפט פיתגורס:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad \Rightarrow \quad 2^2 + 3^2 = AC^2$$

$$4 + 9 = AC^2 \quad \Rightarrow \quad 13 = AC^2 \quad /\sqrt{\ }$$

$$\sqrt{13} = AC$$

שלשות פיתגוריות

שלשות פיתגוריות הן שלשות של מספרים שלמים שמקיימים את משפט פיתגורס:

$3 : 4 : 5 \quad \Leftarrow \quad 3^2 + 4^2 = 5^2$

$5 : 12 : 13 \quad \Leftarrow \quad 5^2 + 12^2 = 13^2$

שימו לב! השלשות פיתגוריות מגדירות יחס בין צלעות.

כל שלשת מספרים השומרת על אותו יחס תתאים גם כן. לדוגמה, לשלשה 3:4:5, יתאימו גם שלשות המספרים:

$6 : 8 : 10$ - כל הצלעות הוכפלו פי 2 ← $6^2 + 8^2 = 10^2$

$9 : 12 : 15$ - כל הצלעות הוכפלו פי 3 ← $9^2 + 12^2 = 15^2$

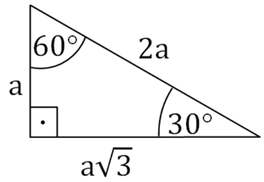
הערה - הצלע הארוכה ביותר תמיד תהיה היתר.

טיפ איך לזכור -

5 : 12 : 13 - חמסה, בת-מצווה, בר-מצווה

משולש זהב

משולש שזוויותיו הן : $90°$, $60°$, $30°$ מכונה גם משולש זהב, וצלעותיו מקיימות את היחס : $\mathbf{a : a\sqrt{3} : 2a}$



היתרון בידיעת יחס זה הוא שבמשולש זהב די בידיעת אורך צלע אחת על מנת למצוא את שתי הצלעות האחרות, בניגוד למשולש ישר זווית רגיל בו אנו חייבים שתי צלעות על מנת לחשב את הצלע השלישית :

- על מנת לעבור מהניצב הקטן ליתר נכפול פי 2, ועל מנת לעבור מהיתר לניצב הקטן נחלק ב-2.

- על מנת לעבור מהניצב הקטן לניצב הגדול נכפול פי $\sqrt{3}$, ועל מנת לעבור מהניצב הגדול לניצב הקטן נחלק ב- $\sqrt{3}$.

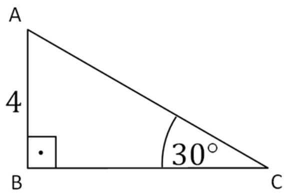
- על מנת לעבור מהניצב הגדול ליתר, או מהיתר לניצב הגדול, מומלץ לעבור "דרך" הניצב הקטן.

דוגמה:

בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ישר-זווית ($\sphericalangle B = 90°$).

נתון : $AB =$ 4 ס"מ , $\sphericalangle C = 30°$

מהו היקף המשולש (בס"מ) ?



פתרון -

נחשב את שאר הצלעות בעזרת יחסי הצלעות במשולש זהב :

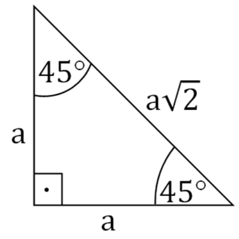
$$\begin{matrix} \underline{AB : BC : AC} \\ a : a\sqrt{3} : 2a \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \underline{AB : BC : AC} \\ 4 : 4\sqrt{3} : 8 \end{matrix}$$

$$AB + BC + AC = 4 + 4\sqrt{3} + 8 = 12 + 4\sqrt{3}$$

משולש כסף (בורקס)

משולש כסף הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

שתי הזוויות החדות שלו שוות ל- $45°$, וצלעותיו מקיימות את היחס: $\mathbf{a : a : a\sqrt{2}}$



גם במשולש כסף די בידיעת אורך צלע אחת על מנת למצוא את שתי הצלעות האחרות:

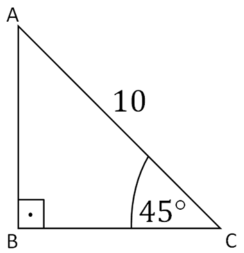
- על מנת לעבור מאחד הניצבים ליתר נכפול פי $\sqrt{2}$, ועל מנת לעבור מהיתר לכל אחד מהניצבים נחלק ב- $\sqrt{2}$.

דוגמה:

בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ישר-זווית ($\sphericalangle B = 90°$).

נתון: $AC =$ 10 ס"מ $, \quad \sphericalangle C = 45°$

מה היקף המשולש ABC (בס"מ)?



פתרון -

נחשב את שאר הצלעות בעזרת יחסי הצלעות במשולש כסף:

$$\frac{AB : BC : AC}{a : a : a\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{AB : BC : AC}{? : ? : 10}$$

על פי יחס הצלעות, מצאנו כי:

$$a\sqrt{2} = 10 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{10}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad 5\sqrt{2}$$

הערה: על מנת לחלק את 10 ל- $\sqrt{2}$ במהירות כדאי להשתמש בשיטת **חלוקה בשורש** (מופיעה בפרק חזקות ושורשים).

כעת נחשב את היקף המשולש:

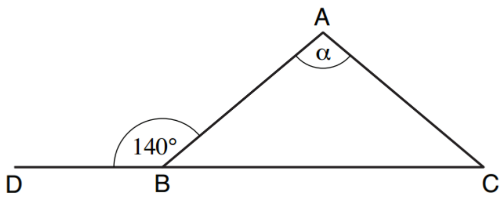
$$AB + BC + AC = 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 10 = 10 + 10\sqrt{2}$$

תרגול יסודות

1. ABC הוא משולש שווה שוקיים (AB = AC).
DB הוא המשך הצלע BC.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

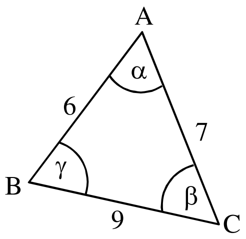
$\alpha = ?$



(1) $60°$
(2) $80°$
(3) $100°$
(4) $120°$

---

2. על-פי נתוני הסרטוט שלפניכם, מה מהבאים נכון **בהכרח**?



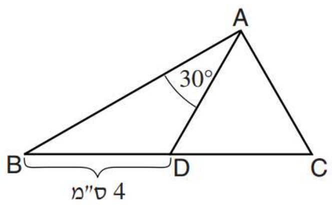
(1) $\gamma < \beta$
(2) $\beta < \gamma$
(3) $\alpha < \gamma$
(4) $\alpha < \beta$

---

3. בסרטוט שלפניכם ADC הוא משולש שווה-צלעות.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

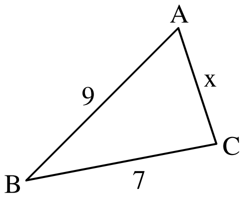
$DC = ?$



(1) $\sqrt{2}$ ס"מ
(2) 2 ס"מ
(3) $\sqrt{3}$ ס"מ
(4) 4 ס"מ

---

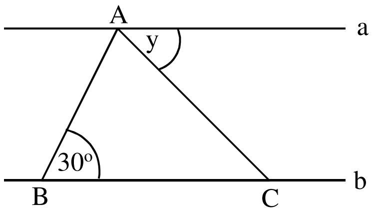
4. נתון משולש ABC שבסרטוט.
מה מהבאים **אינו** יכול להיות ערכו של x ?



(1) 6 ס״מ
(2) 12 ס״מ
(3) 15 ס״מ
(4) 2 ס״מ

5. נתון: $a \parallel b$, $AB = BC$.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$y = ?$

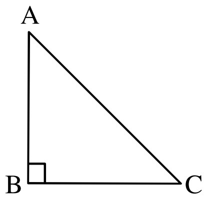


(1) $30°$ (2) $60°$ (3) $75°$ (4) $105°$

---

6. נתון: $BC = 8$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ.

על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מהו שטח המשולש ABC (בסמ"ר)?

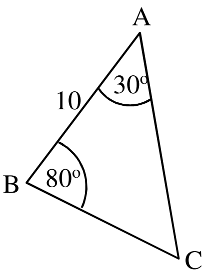


(1) 12 (2) 24 (3) 30 (4) 40

---

7. בסרטוט שלפניכם משולש ABC.
נתון: $\sphericalangle ABC = 80°$, $\sphericalangle BAC = 30°$, $AB = 10$ ס"מ.

על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה מהבאים נכון **בהכרח**?



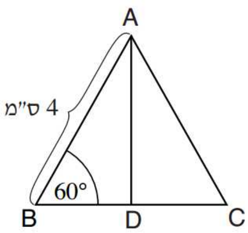
(1) $AC < BC$
(2) $\sphericalangle ACB = 80°$
(3) $10 < AC$ ס"מ
(4) $10 < BC$ ס"מ

---

8. בסרטוט שלפניך, ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$) .
AD הוא חוצה זווית.

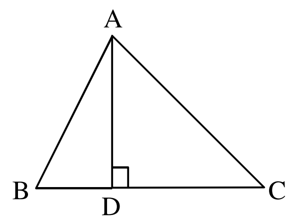
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$DC = ?$



(1) 1 ס"מ
(2) 2 ס"מ
(3) 3 ס"מ
(4) $\sqrt{2}$ ס"מ

9. 5 ס״מ = AB, $\sqrt{41}$ ס״מ = AC, 3 ס״מ = BD.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

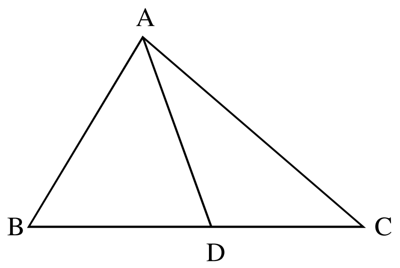


מה אורכו של הקטע DC (בס״מ)?

(1) 5 ס״מ
(2) 6 ס״מ
(3) 3 ס״מ
(4) 4 ס״מ

---

10. AD תיכון לצלע BC.



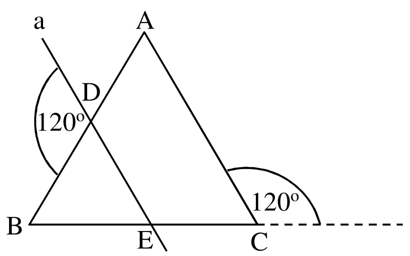
על-פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$$\frac{\text{שטח משולש ABD}}{\text{שטח משולש ADC}} = ?$$

(1) 1
(2) $\frac{1}{2}$
(3) 2
(4) $\frac{1}{3}$

---

11. בסרטוט שלפניכם נתון: AC ∥ a, 2 ס״מ = DB.

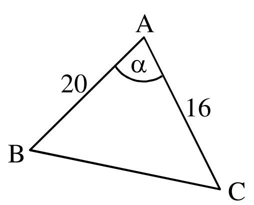


על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה שטח המשולש DBE (בסמ״ר)?

(1) $\sqrt{2}$ סמ״ר
(2) $2\sqrt{2}$ סמ״ר
(3) $\sqrt{3}$ סמ״ר
(4) $2\sqrt{3}$ סמ״ר

---

12. בסרטוט שלפניכם משולש ABC.
נתון: 16 ס״מ = AC , 20 ס״מ = AB.



על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה מהבאים נכון **בהכרח**?

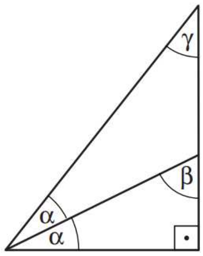
(1) AB < BC
(2) BC < AC
(3) α היא הזווית הגדולה במשולש
(4) 4 < BC

.13 בסרטוט שלפניכם משולש ישר-זווית.

נתון: $\gamma = 60°$

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

$\beta = ?$



(1) $75°$

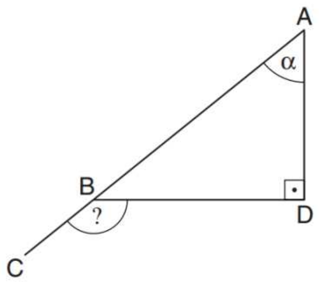
(2) $65°$

(3) 3α

(4) $\gamma + 2\alpha$

.14 לפי הנתונים בסרטוט שלפניכם,

$\sphericalangle CBD = ?$



(1) $180° - \alpha$

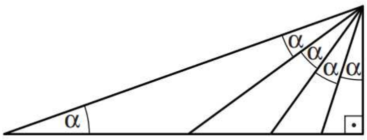
(2) $180° - 2\alpha$

(3) $90° + \alpha$

(4) $90° - \alpha$

.15 לפי הנתונים בסרטוט שלפניכם,

$\alpha = ?$



(1) $30°$

(2) $22.5°$

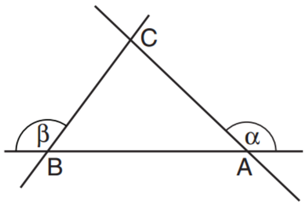
(3) $18°$

(4) אי-אפשר לדעת לפי הנתונים

.16 בסרטוט שלפניכם 3 ישרים שנחתכים ויוצרים את המשולש ABC.

נתון: $\beta < \alpha$

איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?



(1) AB < AC

(2) BC < AC

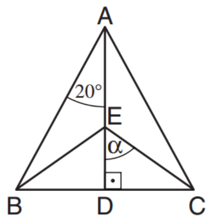
(3) BC < AB

(4) AC < BC

17. בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$).
E היא נקודה על הגובה AD כך ש- $AE = BE = CE$.

נתון: $\sphericalangle BAD = 20°$

$\alpha = ?$

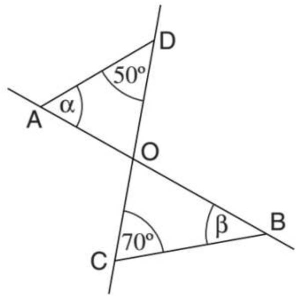


(1) $60°$
(2) $20°$
(3) $30°$
(4) $40°$

---

18. AB ו-CD הם ישרים הנחתכים בנקודה O (ראו סרטוט).
לפי הנתונים שבסרטוט,

$\beta = ?$

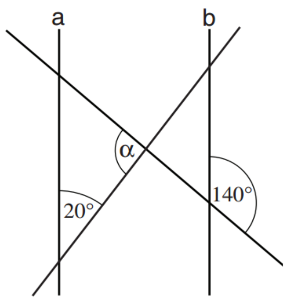


(1) α
(2) $\alpha - 10°$
(3) $\alpha - 20°$
(4) $\alpha - 30°$

---

19. בסרטוט שלפניכם $a \| b$.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
$\alpha = ?$

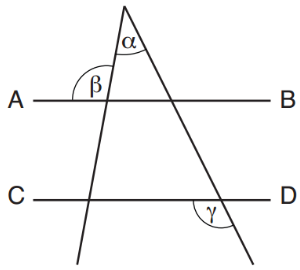


(1) $100°$
(2) $105°$
(3) $120°$
(4) $140°$

---

20. בסרטוט שלפניכם $AB \| CD$.

הזווית γ שווה ל-



(1) $\beta - 2\alpha$
(2) $\alpha + \beta$
(3) $180° - \beta - \alpha$
(4) $180° - \beta + \alpha$

תשובות

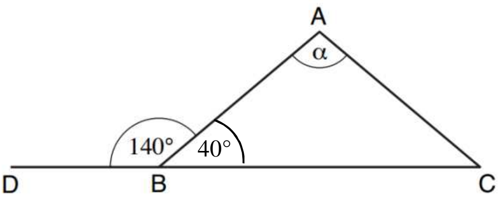
שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	3	2	4	4	3	2	3	2	1	1

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	3	4	1	3	3	2	4	3	3	4

פתרתי 20 שאלות - ______________ נכונות, ______________ אחוזי הצלחה

.1 תשובה (3) נכונה. שאלה 1 מתוך 20 בפרק.

כדי למצוא את גודלה של α, ננסה למצוא את גודלן של זווית הבסיס במשולש שווה שוקיים ABC.

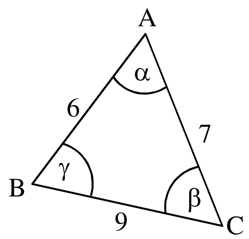


זווית $\sphericalangle ABC$ משלימה את זווית $\sphericalangle ABD$ ל-$180°$. כלומר, $\sphericalangle ABC = 40°$ $(180° - 140°)$. לפיכך, גם זווית $\sphericalangle ACB$ שווה $40°$, שכן במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.

כעת ניתן לחשב את גודלה של α :

$\alpha + 40° + 40° = 180°$
$\alpha = 100°$

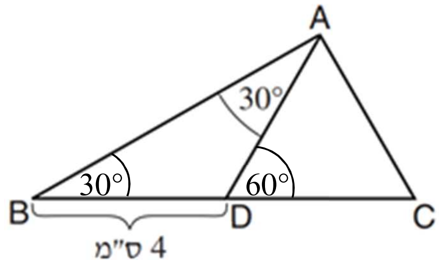
.2 תשובה (2) נכונה.



במשולש, מול הצלע הגדולה ביותר נמצאת הזווית הגדולה ביותר, ומול הצלע הקטנה ביותר נמצאת הזווית הקטנה ביותר. לכן זווית β היא הזווית הקטנה ביותר, וזווית α היא הזווית הגדולה ביותר.
כלומר, $\beta < \gamma < \alpha$. התשובה המתאימה היחידה היא תשובה (2).

---

3. תשובה (4) נכונה. שאלה 1 מתוך 20 בפרק.



עלינו למצוא את אורכה של צלע DC, צלע במשולש שווה צלעות ADC. למעט פרט זה, יתר הנתונים נמצאים במשולש ABD ולכן ננסה לקשר בין המשולשים. כדי ללמוד על גדלי הצלעות, נתמקד בזוויות המשולשים. זווית $\sphericalangle ADC$ היא זווית במשולש שווה צלעות ולכן גודלה $60°$. זווית זו היא גם זווית חיצונית למשולש BDA, כלומר, שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה - $\sphericalangle ABD$ ו-$\sphericalangle BAD$. נציג זאת באופן אלגברי:

$\sphericalangle ABD + \sphericalangle BAD = 60°$

נציב את גודלה של זווית $\sphericalangle ADC$ שמצאנו לעיל:

$\sphericalangle ABD + 30° = 60°$

נחסר 30:

$\sphericalangle ABD = 30°$

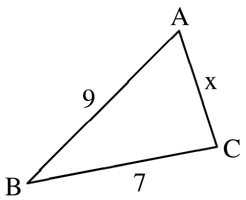
לפיכך, $\sphericalangle ABD$ ו-$\sphericalangle BAD$ שוות שתיהן $30°$, ולכן משולש ABD הוא משולש שווה-שוקיים. מכאן שאורכה של צלע AD גם הוא 4 ס"מ. כאמור, משולש ADC הוא שווה צלעות ועל כן גם אורכה של צלע DC הוא 4 ס"מ.

---

4. תשובה (4) נכונה.

סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.

נחשב תחילה את הגבול העליון של x :



$x < AB + BC$
$x < 9 + 7$
$x < 16$

נחשב את הגבול התחתון של x :

$AB < x + BC$
$9 < x + 7$
$2 < x$

מצאנו כי התחום של x הוא:

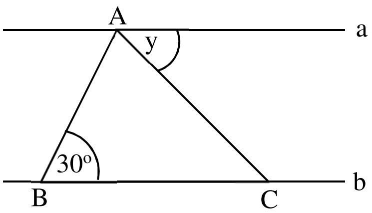
$2 < x < 16$

ניתן לחשב את התחום של x במהירות, על-ידי חישוב הסכום וההפרש של שתי הצלעות האחרות – מכיוון שאנו יודעים כי כל צלע במשולש בהכרח קטנה מסכום שתי הצלעות האחרות, ובהכרח גדולה מההפרש ביניהן:

$9 - 7 < x < 9 + 7$
$2 < x < 16$

תשובה (4) היא היחידה שאינה נמצאת בטווח שמצאנו (מכיוון ש-x צריך להיות גדול מ-2 ולא שווה ל-2).

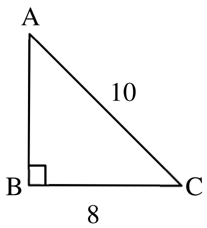
.5 תשובה (3) נכונה.



נתון כי ABC הוא משולש שווה-שוקיים בו $AB = BC$, ולכן:
$\measuredangle BAC = \measuredangle BCA$.
סכום הזוויות במשולש ABC הוא $180°$. זווית הראש שווה ל-$30°$,
ולכן כל אחת מזוויות הבסיס שווה ל-$75°$.

מכיוון שהישרים a ו-b מקבילים, זווית y שווה לזווית $\measuredangle BCA$ (זוויות מתחלפות – "Z") ולכן:
$y = \measuredangle ACB = 75°$

.6 תשובה (2) נכונה.



ראשית, נמצא את הצלע AB. שימו לב כי צלעות המשולש שייכות להרחבה של השלשה הפיתגורית 3:4:5, ולכן הצלעות הן 6:8:10, והניצב החסר הוא 6.
נוכל גם לחשב ישירות לפי משפט פיתגורס:

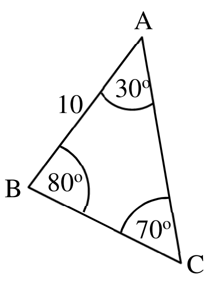
$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$
$$AB^2 + 8^2 = 10^2$$
$$AB^2 + 64 = 100$$
$$AB^2 = 36 \qquad /\sqrt{}$$
$$AB = 6$$

כעת, נחשב את שטח המשולש ABC:

$$\text{שטח משולש } ABC = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

.7 תשובה (3) נכונה.

נחשב תחילה את הזווית החסרה במשולש:



$$\measuredangle C = 180° - 30° - 80° = 70°$$

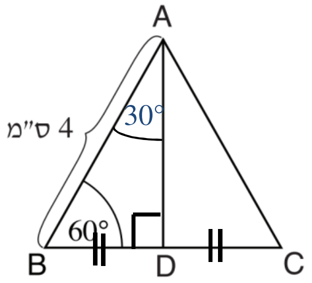
במשולש, מול הזווית הגדולה ביותר נמצאת הצלע הגדולה ביותר, ומול הזווית הקטנה ביותר נמצאת הצלע הקטנה ביותר. AC נמצאת מול הזווית הגדולה ביותר ולכן היא הצלע הגדולה ביותר (וגדולה מ-10 ס"מ), ו-BC נמצאת מול הזווית הקטנה ולכן היא הצלע הקטנה ביותר (וקטנה מ-10 ס"מ).

---

8. תשובה (2) נכונה. שאלה 3 מתוך 20 בפרק.

דרך א' – משולש שווה צלעות

ראשית, משום שכל משולש שווה שוקיים שיש בו זווית בת $60°$ הוא משולש שווה צלעות, ניתן להסיק כי משולש ABC הוא משולש שווה צלעות וכל צלעותיו שוות ל-4 ס"מ. כעת, עלינו להבין כי חוצה הזווית AD הוא גם תיכון, ועל כן חוצה את BC לשני קטעים שווים. כלומר, DC מהווה מחצית מ-BC, ומכאן שאורכו 2 ס"מ (4:2).



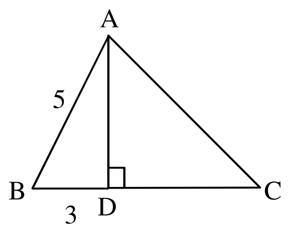
דרך ב' – משולש זהב

משום שחוצה הזווית AD יוצא מבין שתי השוקיים שוות של המשולש, ניתן להבין כי הוא קו סימטריה ועל כן מהווה גם גובה לצלע BC. כעת ניתן לראות כי משולש ABD הוא משולש זהב ($30°, 60°, 90°$). במשולש זהב, אורכו של הניצב הקטן (מול $30°$) הוא מחצית מהיתר, ועל כן אורכו של BD הוא 2 ס"מ (4:2). כפי שציינו, AD הוא קו סימטריה במשולש, ולכן מהווה גם תיכון, ומכאן ש-DC שווה באורכו ל-AD, ואורכו 2 ס"מ.

*ניתן לחילופין לשים לב שגם משולש ADC הוא משולש זהב.

---

9. תשובה (1) נכונה.



שימו לב כי הצלעות במשולש ABD שייכות לשלשה הפיתגורית 3:4:5, ולכן הניצב החסר AD שווה ל-4.

ניתן גם לחשב ישירות בעזרת משפט פיתגורס: נתונים היתר ואחד הניצבים ולכן אפשר לחשב את הניצב השני:

$AD^2 + BD^2 = AB^2$

$AD^2 + 3^2 = 5^2$

$AD^2 + 9 = 25$

$AD^2 = 16 \qquad /\sqrt{}$

$AD = 4$

כעת נתונים יתר וניצב במשולש ADC ולכן אפשר לחשב את הניצב הנותר באמצעות משפט פיתגורס:

$AD^2 + DC^2 = AC^2$

$4^2 + DC^2 = \left(\sqrt{41}\right)^2$

$16 + DC^2 = 41$

$DC^2 = 41 - 16 = 25 \qquad /\sqrt{}$

$DC = 5$

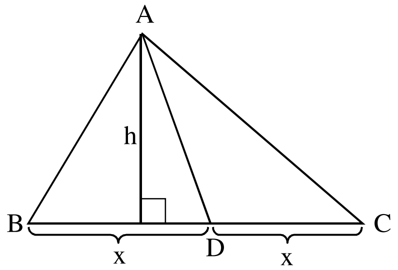
---

10. תשובה (1) נכונה.

תיכון תמיד מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח. נוכיח זאת:

גובהם של המשולשים ABD ו-ADC הוא זהה – נסמן אותו באות h.

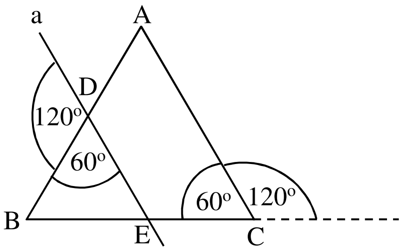
נתון כי AD הוא תיכון לצלע BC, ולכן: BD = BC.



לשני המשולשים יש בסיס שווה (x) וגובה זהה (h), ולכן שטחם יהיה שווה. לפיכך:

$$\frac{\text{שטח משולש ABD}}{\text{שטח משולש ADC}} = 1$$

11. תשובה (3) נכונה.



זווית $\measuredangle D$ החיצונית שווה $120°$ וזווית $\measuredangle BDE$ משלימה אותה ל-$180°$, ולכן היא שווה $60°$.
זווית $\measuredangle C$ החיצונית שווה $120°$ וזווית $\measuredangle ACB$ משלימה אותה ל-$180°$, ולכן היא שווה $60°$.
כאשר נתונים ישרים מקבילים וחותך, כל הזוויות החדות שוות זו לזו, לפיכך:

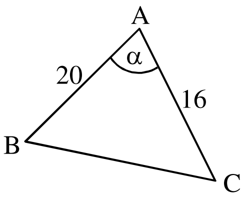
$$\measuredangle DEB = \measuredangle ACB = 60°$$

סכום הזוויות במשולש DEB שווה ל-$180°$. באמצעות חיסור זוויות ניתן להבין כי גם הזווית $\measuredangle B$ שווה ל-$60°$.
כלומר, כל זוויותיו של משולש DBE שוות ל-$60°$ ולכן הוא משולש שווה-צלעות שצלעו 2.
כעת ניתן למצוא את שטחו באמצעות הנוסחה "a-2-3-4":

$$\frac{(2)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

---

12. תשובה (4) נכונה.

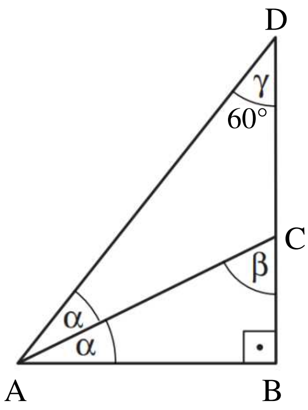


סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית, לכן, הצלע BC חייבת להיות גדולה מ-4 (אם היא הייתה שווה ל-4, אז סכומן של הצלעות AC ו-BC היה שווה לאורך הצלע AB – 20 ס"מ).

ניתן למצוא את התחום של BC לפי חישוב סכום והפרש שתי הצלעות האחרות:

$$20 - 16 < BC < 20 + 16$$
$$4 < BC < 36$$

13. תשובה (1) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.



למען נוחות ההסבר נסמן את הקדקודים באותיות כמצוין בסרטוט.

עלינו למצוא את ערכה של β, אחת מהזוויות במשולש ABC. לכן, עלינו למצוא תחילה את ערכה של α.

נתבונן במשולש הגדול ABD. נתונים לנו גדלי שתיים מהזוויות במשולש, 90° ו-60° (נתון ש-60 = γ), ועל כן הזווית השלישית צריכה להיות 30° על מנת להשלים לסכום זוויות 180° במשולש זה (30 = 60 – 90 – 180). זווית זו מורכבת משתי זוויות זהות, 2α, ועל כן גודל כל אחת מהן יהיה חצי מ-30°. כלומר, α = 15°.

מכאן ניתן להמשיך במספר דרכים:

דרך א' – סכום זוויות במשולש ABC

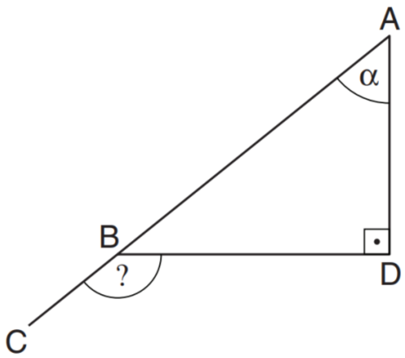
יש לנו את גדלי שתיים מהזוויות במשולש ABC , 90° ו-15°, ועל כן הזווית השלישית צריכה להיות 75° על מנת להשלים לסכום זוויות 180° (75 = 15 – 90 – 180).
כלומר, β = 75°.

דרך ב' – זווית חיצונית למשולש ADC

נשים לב כי β היא זווית חיצונית למשולש ADC, ועל כן שווה לסכום שתי הזוויות שאינן צמודות לה. כלומר:
$\beta = \gamma + \alpha = 60 + 15 = 75°$

---

14. תשובה (3) נכונה. שאלה 5 מתוך 20 בפרק.

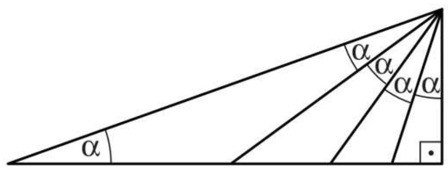


עלינו לבטא את ערכה של זווית ∢CBD באמצעות α. זווית זו היא זווית חיצונית למשולש BDA. זווית חיצונית שווה לסכום הזוויות שאינן צמודות לה:

$\sphericalangle CBD = 90 + \alpha$

---

15. תשובה (3) נכונה. שאלה 5 מתוך 20 בפרק.

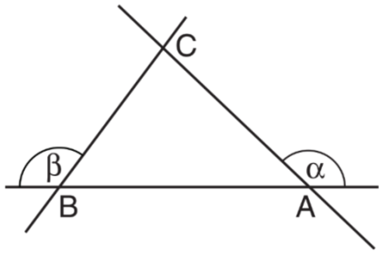


סכום הזוויות במשולש הוא 180°.
מכיוון שבמשולש יש זווית ישרה בת 90°, כדי להגיע ל-180° חסרות עוד 90°. לכן, חמש ה-α צריכות להשלים עוד 90°.

$5\alpha = 90$
$\alpha = 18°$

---

16. תשובה (2) נכונה. שאלה 5 מתוך 20 בפרק.



נתון שזווית α גדולה מ-β. מאחר שזוויות אלה צמודות לזוויות פנימיות במשולש, ומשלימות כל אחת מהן ל-$180°$, אפשר לקבוע מי משתי הזוויות הפנימיות האלו גדולה יותר; מאחר שזווית α גדולה יותר, הזווית הצמודה לה, $\sphericalangle BAC$, קטנה יותר – "דרושה" זווית קטנה יותר כדי להגיע ל-$180°$ מאשר $\sphericalangle CBA$ אשר משלימה את β ל-$180°$.
כלומר: $\sphericalangle BAC < \sphericalangle CBA$

ניתן להבין זאת גם באמצעות דוגמה מספרית: נציב לדוגמה $\alpha = 130°$ ו-$\beta = 100°$.

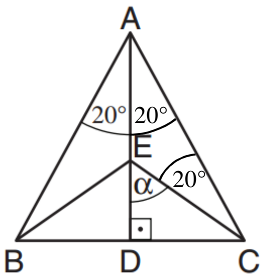
$\sphericalangle BAC = 180 - 130 = 50°$

$\sphericalangle CBA = 180 - 100 = 80°$

כידוע, במשולש מול הזווית הגדולה מונחת הצלע הגדולה, ועל כן צלע AC שמונחת מול הזווית הגדולה $\sphericalangle CBA$, גדולה יותר מצלע BC שמונחת מול הזווית הקטנה $\sphericalangle BAC$ $\Leftarrow$ $BC < AC$

---

17. תשובה (4) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



מכיוון שקיבלנו נתונים רבים, נוכל להשלים מידע בסרטוט בקלות: המשולש ABC הוא שווה שוקיים, ולכן הגובה AD הוא גם חוצה זווית. לפיכך הזווית $\sphericalangle EAC$ גם היא שווה $20°$. כעת נתון שהצלעות AE ו-EC שוות, כלומר המשולש AEC הוא שווה שוקיים, ולכן גם $\sphericalangle ACE = 20°$.

כעת ניתן להתקדם בשתי דרכים אפשריות:

א. נוכל לחשב את גודלה של זווית $\sphericalangle AEC$:

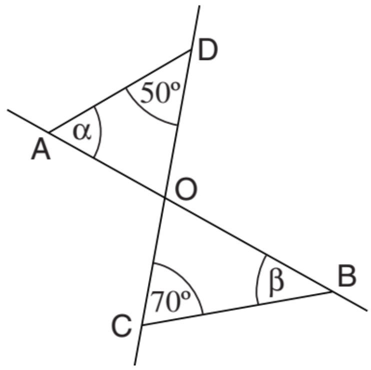
$\sphericalangle AEC = 180° - 20° - 20° = 140°$

זווית זו צמודה ל-α ומשלימה אותה ל-$180°$. לפיכך, $\alpha = 40°$ $(180° - 140°)$.

ב. ניתן לחשב את גודלה של α גם באמצעות היותה זווית חיצונית למשולש AEC. כידוע, זווית חיצונית שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה $\Leftarrow$ $\alpha = 20° + 20° = 40°$.

---

18. תשובה (3) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הצבת מספרים

מכיוון שיש נעלם בתשובות, אנו יכולים להציב מספר במקומו.

נציב $\alpha = 40°$.

כעת, נשלים את הזוויות ונמצא את ערכה של β בהתאם להצבה זו:

נתמקד תחילה במשולש AOD: במשולש זה $\alpha = 40°$ ו- $\sphericalangle ADO = 50°$.

$\sphericalangle AOD$ משלימה זווית אלו לסכום $180°$ (סכום זוויות במשולש), ולכן שווה ל-$90°$:

הזוויות $\sphericalangle AOD$ ו- $\sphericalangle COB$ הן זוויות קדקודיות ולכן שוות זו לזו. מכאן שגם $\sphericalangle COB = 90°$.

כעת, נתונות לנו שתי זוויות במשולש COB; $\sphericalangle OCB = 70°$ ו-$\sphericalangle COB = 90°$. זווית β משלימה זוויות אלו לסכום $180°$ (סכום זוויות במשולש), ולכן שווה ל-$20°$:

$$\beta = 180 - 90 - 70 = 20$$

מצאנו כי בהתאם להצבה זו $\beta = 20°$. כעת, נציב גם בתשובות $\alpha = 40°$, ונחפש תשובה השווה ל-20. נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספר במקום הנעלם, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

(1) $\alpha \Rightarrow 40$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת.
(2) $\alpha - 10 \Rightarrow 40 - 10 = 30$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת.
(3) $\alpha - 20 \Rightarrow 40 - 20 = 20$	$\Rightarrow$	**מתאים.**
(4) $\alpha - 30 \Rightarrow 40 - 30 = 10$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת.

פסלנו 3 תשובות, ועל כן תשובה (3) נכונה.

דרך ב' – הבנה

לפנינו שני משולשים, ועל כן סכום הזוויות בשניהם שווה ($180°$).

$$\beta + 70 + \sphericalangle COB = \alpha + 50 + \sphericalangle AOD$$

הזוויות $\sphericalangle AOD$ ו- $\sphericalangle COB$ הן זוויות קדקודיות ולכן שוות זו לזו. כלומר, סכום שתי הזוויות האחרות בכל משולש צריך להיות גם הוא שווה.

$$\beta + 70 = \alpha + 50$$
$$\beta = \alpha - 20$$

דרך ג' – פתרון מתמטי

נתמקד תחילה במשולש AOD: במשולש זה $\sphericalangle AOD$ משלימה את שתי הזוויות הנתונות לסכום $180°$ (סכום זוויות במשולש), ולכן:

$$\sphericalangle AOD = 180 - 50 - \alpha = 130 - \alpha$$

כעת, נתמקד במשולש COB: במשולש זה $\sphericalangle COB$ משלימה את שתי הזוויות הנתונות לסכום $180°$ (סכום זוויות במשולש), ולכן:

$$\sphericalangle COB = 180 - 70 - \beta = 110 - \beta$$

הזוויות $\sphericalangle AOD$ ו- $\sphericalangle COB$ הן זוויות קדקודיות ולכן שוות זו לזו. כלומר:

$$130 - \alpha = 110 - \beta$$

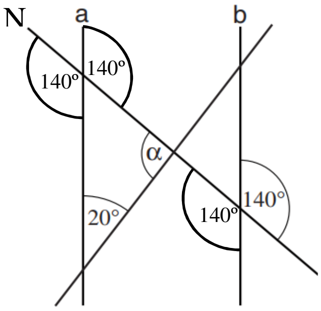
נעביר אגפים:

$$\beta = \alpha - 20$$

19. תשובה (3) נכונה. שאלה 7 מתוך 20 בפרק.

a ו-b הם ישרים מקבילים הנחתכים על ידי ישר שלישי (בסרטוט זה הוא מסומן באות N). לכן, נוצרות מחיתוך זה שתי תמונות זהות של זוויות– כל הזוויות החדות שנוצרו שוות זו לזו, וכן כל הזוויות הקהות שנוצרו שוות זו לזו. נתון לנו שאחת הזוויות הקהות בת $140°$, ועל כן כל הזוויות הקהות שוות גם הן ל- $140°$ (ראו סרטוט).

ניתן לראות כי $140°$ היא זווית חיצונית למשולש השמאלי שבו נתונות שתי הזוויות שאינן צמודות לזווית החיצונית: α ו-$20°$.
זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות שאינן סמוכות לה, ולכן:

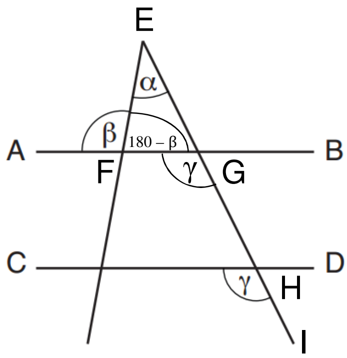


$140° = \alpha + 20°$
$120° = \alpha$

20. תשובה (4) נכונה. שאלה 8 מתוך 20 בפרק.

כדי לבטא את γ באמצעות α ו-β, נשאף להעביר את כל הנתונים לתוך גודל מוכר. למשל, משולש EFG. זווית $\sphericalangle EFG$ היא הזווית הצמודה ל-β ועל כן גודלה $180° - \beta$.

בנוסף, ידוע לנו שהישרים AB ו-CD מקבילים. על כן, זוויות $\sphericalangle AGH$ ו-$\sphericalangle CHI$ שוות מפני שהן זוויות מתאימות בין מקבילים. לפיכך, $\sphericalangle AGH = \gamma$. נשים לב כי זווית זו היא זווית חיצונית למשולש EFG, ולכן היא שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. נתאר קשר זה באופן אלגברי:

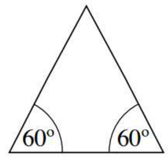


$\gamma = 180° - \beta + \alpha$

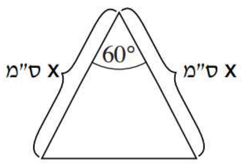
משולשים - תרגול שאלות מבחינות אמת

1. איזה מן המשולשים הבאים **אינו בהכרח** משולש שווה צלעות?

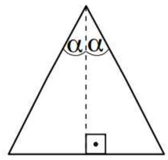
(1)



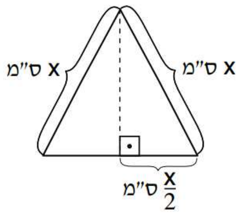
(2)



(3)



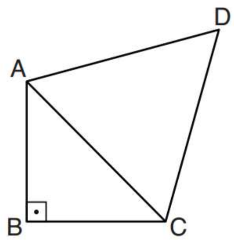
(4)



---

2. ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים, 1 ס"מ = AB = BC.
ACD הוא משולש שווה צלעות (ראה סרטוט).

מה **היקף** המרובע ABCD (בס"מ)?



(1) 6

(2) $2+2\sqrt{2}$

(3) $3+\sqrt{2}$

(4) 4

---

3. במשולש שווה שוקיים נתון כי אורך השוק גדול פי 3 מאורך הבסיס.

$$\frac{\text{היקף המשולש}}{\text{אורך שוק המשולש}} = ?$$

(1) $\frac{7}{3}$

(2) 2

(3) $\frac{8}{3}$

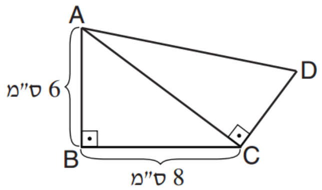
(4) 4

פתרתי ____________ שאלות ב ____________ דקות, ____________ תשובות נכונות

.4 שטחי המשולשים ABC ו-ACD שווים זה לזה.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

CD = ?



(1) $\frac{13}{10}$ ס"מ

(2) $\frac{13}{5}$ ס"מ

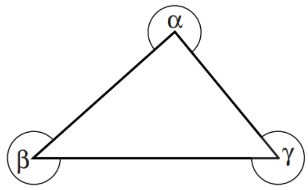
(3) $\frac{24}{5}$ ס"מ

(4) 4 ס"מ

.5 בסרטוט שלפניכם משולש כלשהו.

לפי הנתונים שבסרטוט,

$\alpha + \beta + \gamma = ?$



(1) $270°$

(2) $540°$

(3) $720°$

(4) $900°$

.6 במשולש מסוים אורך הצלע הקצרה הוא 1 ס"מ, ואורך הצלע הארוכה הוא 4 ס"מ.

מה יכול להיות אורך הצלע הבינונית במשולש זה (בס"מ)?

(1) 1.5

(2) 2

(3) 2.5

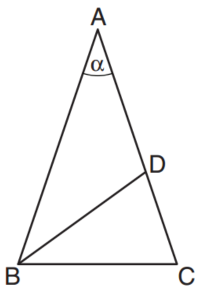
(4) 3.5

.7 בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש שווה-שוקיים (AB = AC).

BD חוצה את הזווית $\sphericalangle ABC$.

נתון: AD = DB

$\alpha = ?$



(1) $36°$

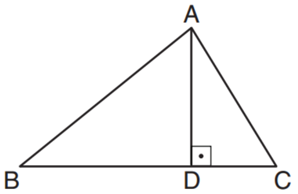
(2) $45°$

(3) $48°$

(4) $54°$

---

8. בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ו-AD הוא הגובה לצלע BC.



נתון: שטח המשולש ADC הוא 18 סמ"ר.

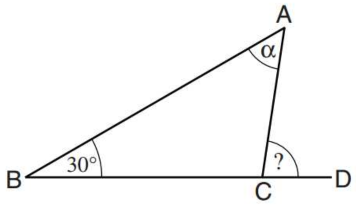
$$BD = \frac{2}{3}BC$$

מה שטח המשולש ABD (בסמ"ר)?

(1) 24
(2) 27
(3) 30
(4) 36

---

9. ABC הוא משולש ו-D היא נקודה על המשך הצלע BC.



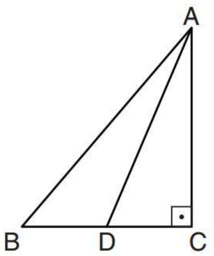
נתון: $40° < α$

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
מה **אינו** יכול להיות גודל הזווית $\measuredangle$ACD ?

(1) 110°
(2) 90°
(3) 80°
(4) 60°

---

10. בסרטוט שלפניכם משולש ישר-זווית ABC.



נתון: BD = DC

היקף המשולש ADC ____ היקף המשולש ABD,
ושטח המשולש ADC ____ שטח המשולש ABD.

(1) קטן מ- ; שווה ל-
(2) גדול מ- ; שווה ל-
(3) קטן מ- ; גדול מ-
(4) גדול מ- ; קטן מ-

---

11. אחת הזוויות במשולש שווה ל-α, השנייה ל-2α והשלישית ל-3α.

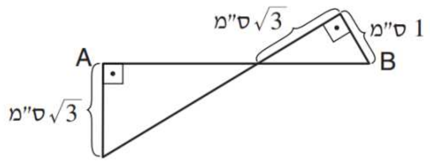
אורכי שלוש הצלעות של המשולש יכולים להיות -

(1) 3 ס"מ, 4 ס"מ, 6 ס"מ
(2) 2 ס"מ, $2\sqrt{3}$ ס"מ, 4 ס"מ
(3) 1 ס"מ, 4 ס"מ, 6 ס"מ
(4) 3 ס"מ, $3\sqrt{6}$ ס"מ, 7 ס"מ

פתרתי ____________ שאלות ב ____________ דקות, ____________ תשובות נכונות

12. לפי הנתונים בסרטוט שלפניכם,

AB = ?

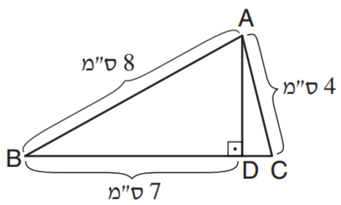


(1) 5 ס"מ
(2) 8 ס"מ
(3) $3+\sqrt{3}$ ס"מ
(4) $2+\sqrt{3}$ ס"מ

---

13. בסרטוט שלפניכם משולש ABC. AD הוא גובה לצלע BC.

לפי הנתונים שבסרטוט,
מה אורכה של הצלע BC (בס"מ)?



(1) 8
(2) 9
(3) 10
(4) 11

---

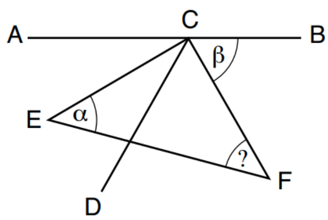
14. במשולש שווה-שוקיים נכון תמיד ש-

(1) אורך השוק גדול מאורך הבסיס
(2) אורך הגובה לבסיס קטן מאורך השוק
(3) כל הזוויות במשולש חדות
(4) כל הגבהים לצלעות המשולש הם גם חוצי זוויות המשולש

---

15. בסרטוט שלפניכם:
C היא נקודה על הקטע AB.
CE חוצה את הזווית ∢ACD.
CF חוצה את הזווית ∢BCD.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
הזווית ∢EFC שווה בהכרח ל-

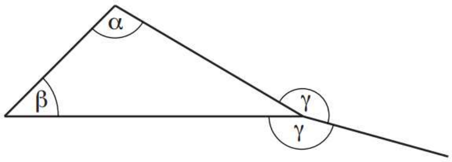


(1) α
(2) β
(3) $90° - \alpha$
(4) $90° - \beta$

.16 בסרטוט שלפניכם משולש.

לפי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$\gamma = ?$



(1) $\alpha + \beta$

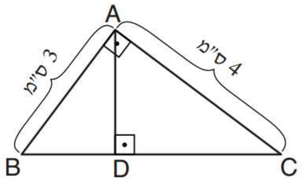
(2) $2(\alpha + \beta)$

(3) $90° + \frac{\alpha + \beta}{2}$

(4) $180° - \frac{\alpha + \beta}{2}$

.17 בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ישר-זווית.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
מה אורך הקטע AD ?



(1) $1\frac{1}{2}$ ס"מ

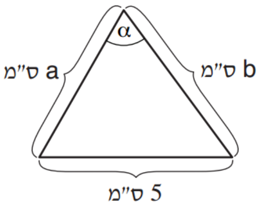
(2) $2\frac{4}{5}$ ס"מ

(3) $2\frac{2}{5}$ ס"מ

(4) $2\frac{1}{2}$ ס"מ

.18 בסרטוט שלפניך משולש קהה זווית. $90° < \alpha < 180°$.

מה יכול להיות הסכום $(a + b)$?

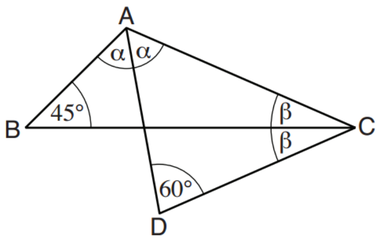


(1) 12
(2) 10
(3) 6
(4) 5

.19 בסרטוט שלפניכם ABC ו-ADC משולשים.

לפי נתוני הסרטוט,

$\alpha + \beta = ?$



(1) 70°
(2) 75°
(3) 80°
(4) 85°

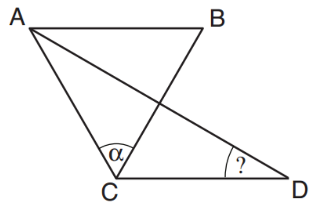
פתרתי ______________ שאלות ב ______________ דקות, ______________ תשובות נכונות

20. בסרטוט שלפניכם: $AC = BC$

$AB \parallel CD$

AD חוצה את $\sphericalangle BAC$

$\sphericalangle ADC = ?$



(1) $45° - \frac{\alpha}{4}$ (2) $60° - \frac{\alpha}{2}$ (3) $60° - \alpha$ (4) $135° - \frac{\alpha}{3}$

תשובות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	3	2	1	3	4	4	1	4	4	1

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	2	1	1	2	3	3	3	3	4	1

פתרתי 20 שאלות - ______________ נכונות, ______________ אחוזי הצלחה

1. תשובה (3) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.

נבדוק את תשובה (1): משולש שבו שתי זוויות בנות $60°$ הוא בהכרח משולש שווה צלעות. זאת משום שהזווית השלישית חייבת להיות גם היא בת $60°$ (חיסור מסכום זוויות $180°$ במשולש), ועל כן כל זוויותיו שוות זו לזו ובנות $60°$.

נבדוק את תשובה (2): משולש שווה שוקיים שאחת מזוויותיו בת $60°$ הוא בהכרח משולש שווה צלעות. ניתן להוכיח זאת במקרה הזה על ידי כך שנשארו עוד $120°$ לשתי זוויות הבסיס (חיסור מסכום זוויות $180°$ במשולש), ועל כן כל אחת מזוויות אלו היא בת $60°$ (זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים שוות זו לזו ולכן כל אחת "תקבל" חצי מ-120 המעלות שנותרו). גם במקרה זה קיבלנו משולש שכל זוויותיו שוות זו לזו ובנות $60°$.

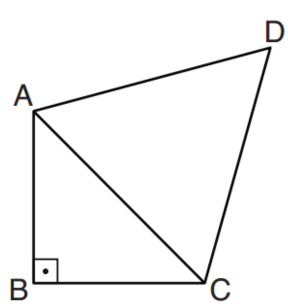
נבדוק את תשובה (3): נתון לנו משולש שבו הגובה הוא גם חוצה זווית. משולש כזה הוא בהכרח משולש שווה שוקיים, אך לא בהכרח משולש שווה צלעות. **תשובה נכונה**.

טיפ: מצאנו תשובה נכונה ועל כן אין צורך להמשיך לבדוק, אך למען שלמות ההסבר נפסול את תשובה (4).

נבדוק את תשובה (4): הגובה בסרטוט יוצא מבין שתי שוקיים שוות, ועל כן הוא גם תיכון. מכאן שאורכו של החצי השני של הצלע גם הוא $\frac{x}{2}$ ס"מ, ועל כן אורכה של הצלע השלישית הוא x ס"מ. קיבלנו משולש בעל 3 צלעות שאורכן x ס"מ, ועל זהו בהכרח משולש שווה צלעות.

---

2. תשובה (2) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.



אנו מתבקשים למצוא את היקף המרובע ABCD. ידוע אורכן של צלעות AB ו-BC. עלינו למצוא את אורך צלעות AD ו-DC. צלעות אלה הן חלק ממשולש שווה צלעות ולכן ננסה למצוא את אורכה של צלע אחת במשולש - AC.

נתמקד במשולש ישר הזווית ABC. משולש זה הוא שווה שוקיים וישר זווית, כלומר משולש כסף. היחס בין הניצב ליתר במשולש כסף הוא $1:\sqrt{2}$. ידוע שאורך הניצב במשולש הוא 1 ס"מ, ולכן $AC = \sqrt{2}$. ACD הוא שווה צלעות ולכן $AC = AD = DC = \sqrt{2}$.

כעת נחשב את היקף המרובע:

$$1 + 1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2}$$

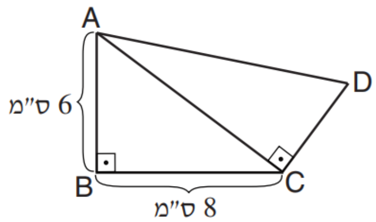
.3 תשובה (1) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.

עלינו לקבוע מה היחס בין היקפו של משולש שווה שוקיים לאורך השוק שלו. מכיוון ששואלים על יחס, נוכל להציב מספר: נציב בתור אורך הבסיס של המשולש 1 ס"מ. אורך השוק גדול פי 3 מאורך הבסיס, כלומר אורך השוק הוא 3 ס"מ. נחשב את היקף המשולש:

$3 + 3 + 1 = 7$

לפיכך, היחס בין היקף המשולש לאורך השוק שלו הוא $\frac{7}{3}$.

.4 תשובה (3) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.



בשאלה זו עלינו למצוא את אורך הצלע CD.

תחילה, נתמקד במשולש ABC. נזהה כי אורכי ניצביו תואמים את השלשה הפיתגורית 6-8-10, ולכן AC = 10.

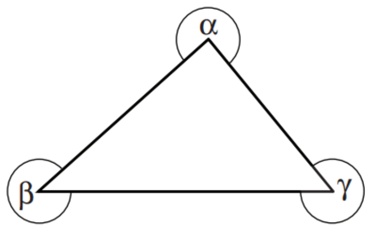
נתון ששטח המשולש ACD שווה לשטח משולש ABC. נחשב את שטחו של משולש ABC:

$$\frac{\text{מכפלת הניצבים}}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

כאמור, שטחי המשולשים שווים זה לזה, ולכן גם שטח משולש ACD שווה ל-24 סמ"ר.
כפי שמצאנו לעיל, AC = 10. נציב נתונים אלו בנוסחה לחישוב שטח משולש:

$$\frac{10 \cdot \text{CD}}{2} = 24$$
$$5\text{CD} = 24$$
$$\text{CD} = \frac{24}{5}$$

.5 תשובה (4) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הצבת מספר נוח
נתון משולש שאין כל הגבלה באשר לצלעותיו או זוויותיו. מכיוון שכל התשובות מספריות, הצבה אחת תספיק כדי לפסול שלוש תשובות ולכן ניתן להציב מקרה פרטי נוח. למשל, נקבע כי המשולש הוא שווה צלעות וכל זוויותיו בנות $60°$. על כן, הזוויות המשלימה כל זווית פנימית ל-$360°$ בת $300°$:

$$\alpha = \beta = \gamma = 300° \quad \Rightarrow \quad \alpha + \beta + \gamma = 900°$$

דרך ב' – פתרון אלגברי
לפנינו משולש. עלינו לקבוע מה סכום הזוויות $\alpha + \beta + \gamma$. נציב בתור הזוויות הפנימיות של המשולש את המשתנים x, y ו-z. ידוע לנו שסכום 3 הזוויות העגולות הוא $3 \cdot 360° = 1{,}080°$. נבטא קשר זה באופן אלגברי:

$$\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 1{,}080°$$

כידוע, סכום זוויות במשולש הוא $180°$:

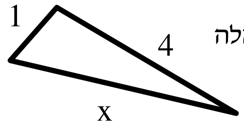
$$x + y + z = 180°$$

נציב זאת במשוואה הראשונה:

$$\alpha + \beta + \gamma + 180° = 1{,}080°$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 900°$$

.6 תשובה (4) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



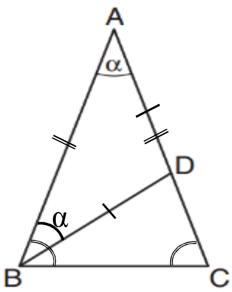
אנו יודעים כי צלע במשולש גדולה מהפרש שתי הצלעות האחרות, וקטנה מסכומן. בשאלה שלפנינו:

$4 - 1 < x < 4 + 1 \quad \Rightarrow \quad 3 < x < 5$

כבר בשלב זה ניתן לשים לב שהתשובה היחידה שנמצאת בטווח היא תשובה (4), ולכן זו התשובה הנכונה.

עם זאת, למען שלמות ההסבר נשים לב כי הטווח המתאים לאורך הצלע אף יותר מצומצם מהטווח שמצאנו. אנו מתבקשים למצוא את אורך הצלע <u>הבינונית</u> במשולש, ועל כן היא אינה יכולה להיות קטנה מ-1 (הצלע בקטנה) או גדולה מ-4 (הצלע הגדולה). מכאן שהטווח הנכון לאורך צלע זו אינו בין 3 ל-5 כפי שמצאנו, אלא בין 3 ל-4 (אם היא תהיה גדולה מ-4 היא תהיה הצלע הגדולה ולא הצלע הבינונית במשולש).

.7 תשובה (1) נכונה. שאלה 7 מתוך 20 בפרק.



נבין תחילה את הנתונים:

$DB = AD$, משמע המשולש הפנימי ABD גם הוא משולש שווה שוקיים ולכן זוויות הבסיס שלו שוות: $\angle ABD = \angle BAD = \alpha$

נתון: BD חוצה זווית $\angle ABC$, משמע זוויות $\angle ABD = \angle DBC$ שוות. מכאן אפשר להסיק $\angle B = 2\alpha$.

$AC = AB$, משמע המשולש ABC שווה שוקיים, ולכן זוויות הבסיס שוות $\Leftarrow$ $\angle C = 2\alpha$.

כעת יש לנו את כל זוויות המשולש ABC.

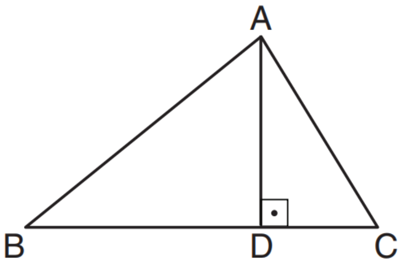
סכום הזוויות במשולש 180 מעלות, ולכן נחשב:

$$\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180$$
$$5\alpha = 180$$
$$\alpha = 36$$

---

8. תשובה (4) נכונה. שאלה 8 מתוך 20 בפרק.

דרך א' – הבנה



בשאלה זו עלינו לחשב את שטחו של המשולש ABD. נתון ששטחו של משולש ADC הוא 18 סמ"ר, וכן נתון היחס בין צלע BD ל-BC. מפני שהגובה למשולשים אלה משותף, וכן בשל המידע שניתן לנו, נשתמש ביחסי שטחים בין משולשים כדי לחשב את שטח משולש ABD.

נתבונן בנוסחה לחישוב שטחו של משולש:

$$\frac{\text{גובה} \cdot \text{בסיס לגובה}}{2}$$

כאמור, הגובה בשני המשולשים זהה (AD), ולכן היחס בין גדלי השטחים שלהם שווה ליחס בין הבסיסים שלהם.

נתון: $BD = \frac{2}{3}BC$. אם BC שווה ל-3x, BD יהיה שווה ל-2x.
DC, שהוא ההפרש בין BC ל-BD, יהיה שווה ל-x ‏(3x – 2x).
כלומר, צלע BD גדולה פי 2 מצלע DC.

הגענו למסקנה שהיחס בין הבסיסים הוא 1 : 2, ועל כן זהו היחס בין השטחים – שטחו של משולש ABD גדול פי 2 משטחו של משולש ADC. כלומר, שטח משולש ABD הוא 36 סמ"ר ($18 \cdot 2$).

דרך ב' – הצבת מספר נוח

כאמור, נתון: $BD = \frac{2}{3}BC$
נציב: $BC = 3$. על כן, $BD = 2$ ו- $DC = 1$. כדי למצוא את שטחו של משולש ABD כל שנותר לנו לעשות הוא למצוא את אורכו של גובה AD בהתאם להצבה זו. ניתן לחשב אותו באמצעות השטח הנתון של משולש ADC:

$$\frac{DC \cdot AD}{2} = \frac{1 \cdot AD}{2} = 18$$

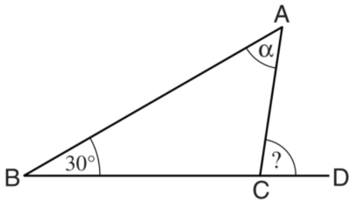
נכפול פי 2:

$$AD = 36$$

כעת נחשב את שטח המשולש ABD:

$$\frac{BD \cdot AD}{2} = \frac{2 \cdot 36}{2} = 36$$

9. תשובה (4) נכונה. שאלה 10 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – חישוב

$\sphericalangle ACD$ היא זווית חיצונית למשולש ולכן היא שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. כלומר: $\sphericalangle ACD = 30 + \alpha$. מכיוון ש- α גדולה מ-$40°$ הסכום $30 + \alpha$ גדול מ-70. לפיכך, לא יתכן כי $\sphericalangle ACD$ שווה ל-$60°$.

דרך ב' – הצבת תשובות

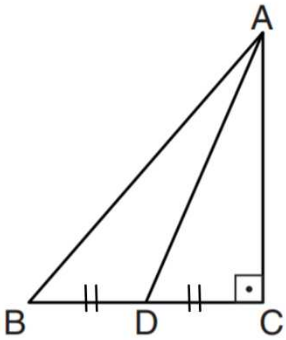
נבין כי ל- $\sphericalangle ACD$ יש טווח גדלים מסוים התלוי בגודלה של α. נציב את התשובות ונבדוק איזו תשובה אינה מתיישבת עם הנתונים.
ניתן להבין כי התשובה שאינה תיתכן צריכה לחרוג מהטווח האפשרי של הזווית, או בכך שתהיה גדולה מהטווח או שתהיה קטנה ממנו. לפיכך, יש להציב רק שתי תשובות, התשובה המינימלית ($60°$) והתשובה המקסימלית ($110°$).

בדיקת תשובה (1): נניח ש- $\sphericalangle ACD$ שווה ל-$110°$. הזווית היא זווית חיצונית למשולש ולכן היא שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. לפיכך, לפי הצבה זו $\alpha = 80$ $(110 - 30)$. אין מניעה ש-α תהיה שווה ל-$80°$ (נתון שהיא גדולה מ-$40°$), התשובה נפסלת.

בדיקת תשובה (4): נניח ש- $\sphericalangle ACD$ שווה ל-$60°$. הזווית היא זווית חיצונית למשולש ולכן היא שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. לפיכך, לפי הצבה זו $\alpha = 30$ $(60 - 30)$. הזווית α אינה יכולה להיות בת $30°$ (נתון שהיא גדולה מ-$40°$), ולכן הצבה זו אינה אפשרית. **תשובה נכונה.**

---

10. תשובה (1) נכונה. שאלה 10 מתוך 20 בפרק.



שטחים: AD הוא תיכון במשולש ABC (נתון: $BD = DC$). ידוע כי תיכון מחלק משולש לשני משולשים שווי שטח (כיוון שהבסיס מתחלק לשני בסיסים שווים והגובה של שני המשולשים זהה). לכן, נוכל מיד להסיק כי שטחי שני המשולשים שווים. תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

היקפים: על מנת שנוכל להשוות בין היקפי המשולשים, נתחיל בלהבין מה ההבדל בין ההיקפים: הבסיסים של שני המשולשים שווים, והצלע AD משותפת לשניהם, לכן ההבדל ביניהם מתבסס רק על ההבדל בין הצלעות AB ו-AC:
במשולש ישר-הזווית ABC הצלע AC היא ניצב ואילו הצלע AB היא יתר, ועל כן $AB > AC$ (היתר היא הצלע הגדולה ביותר במשולש). מכאן שהיקף המשולש ADC קטן מהיקף המשולש ABD, ולכן תשובה (1) נכונה.

.11 תשובה (2) נכונה. שאלה 11 מתוך 20 בפרק.

במשולש 3 זוויות שגודלן α, 2α ו-3α. עלינו לקבוע מה יכולים להיות אורכי צלעותיה. לשם כך, תחילה נבין מה גדלי הזוויות. ניעזר בסכום זוויות לשם כך:

$$\alpha + 2\alpha + 3\alpha = 180° \quad \Rightarrow \quad 6\alpha = 180°$$

$$\alpha = 30°$$

לפיכך, זוויות המשולש הן $30°$, $60°$ ו-$90°$. כלומר, מדובר במשולש זהב. כידוע, יחס הצלעות במשולש זהב הוא $2 : \sqrt{3} : 1$. נבדוק את התשובות ונחפש תשובה המציגה צלעות המתאימות ליחס זה:

נבדוק את תשובה (1): $6 : 4 : 3$. לא מתאים, התשובה נפסלת.

נבדוק את תשובה (2): $4 : 2\sqrt{3} : 2 \;\Leftarrow\; 2 : \sqrt{3} : 1$. מתאים, **תשובה נכונה.**

טיפ: מכיוון שהצבנו את התשובות, ברגע שמצאנו תשובה נכונה אין צורך להמשיך לבדוק את שאר התשובות, אך למען שלמות ההסבר נפסול אותן:

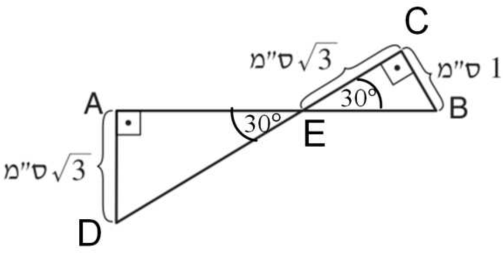
נבדוק את תשובה (3): $6 : 4 : 1$. לא מתאים, התשובה נפסלת.

נבדוק את תשובה (4): $7 : 3\sqrt{6} : 3$. לא מתאים, התשובה נפסלת.

12. תשובה (1) נכונה. שאלה 13 מתוך 20 בפרק.

כדי לחשב את אורך הקטע AB נחשב בנפרד את אורך הניצב AE ואת אורך היתר EB.

דרך א' – משולשי זהב



משולש CBE הוא משולש ישר זווית שהיחס בין הניצבים שלו הוא $\sqrt{3}:1$. לכן, המשולש הינו משולש זהב שבו $\sphericalangle CEB = 30°$ (נמצאת מול הניצב הקטן מבין השניים).

נעבוד עם הפרופורציה של הצלעות במשולש זהב על מנת לחשב את אורך היתר EB – במשולש זהב היתר כפול באורכו מאורך הניצב הקטן:

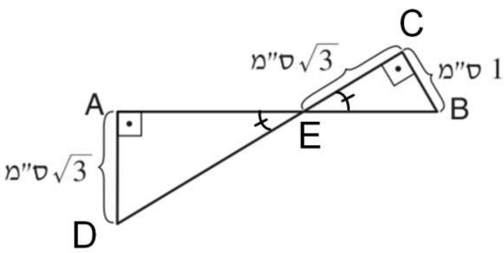
$\mathrm{BE} = 2 \cdot 1 = 2$

$\sphericalangle$AED ו-$\sphericalangle$CEB הן זוויות קודקודיות ועל כן שוות זו לזו; לפיכך גם משולש AED הוא משולש זהב (בעל זווית ישרה וזווית בת 30°. לכן, כדי לחשב את גודל הניצב הגדול AE עלינו לכפול את אורך הניצב הקטן AD פי $\sqrt{3}$ (ע"פ הפרופורציה של משולש זהב):

$\mathrm{AE} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$

מכאן שאורך הקטע AB שווה ל- $3 + 2 \leftarrow 5$ ס"מ.

דרך ב' – דמיון



נחשב את אורך היתר EB באמצעות משפט פיתגורס:

$$1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = \mathrm{EB}^2$$
$$1 + 3 = \mathrm{EB}^2$$
$$4 = \mathrm{EB}^2$$
$$2 = \mathrm{EB}$$

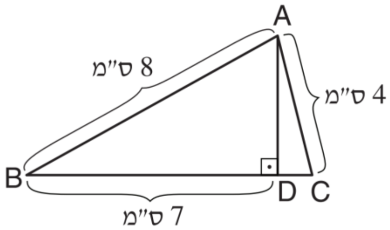
כדי למצוא את אורך הקטע AE נבין כי המשולשים EBC ו-EDA דומים:

$\sphericalangle A = \sphericalangle C$ (שתיהן זוויות ישרות), וכן $\sphericalangle CEB = \sphericalangle AED$ (זוויות קודקודיות) – משולשים בעלי שני זוגות של זוויות שוות הם משולשים דומים. יחס הצלעות המתאימות במשולשים דומים הוא שווה, ולכן:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\mathrm{AE}}$$
$$\mathrm{AE} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$
$$\mathrm{AE} = 3$$

לפיכך אורך הקטע AB שווה ל- $3 + 2 \leftarrow 5$ ס"מ.

13. תשובה (1) נכונה. שאלה 14 מתוך 20 בפרק.



ראשית, חשוב לשים לב שמשולש ABC אינו משולש ישר זווית, אין אף נתון המעיד על כך. עם זאת, הוא מורכב משני משולשים ישרי זווית, שאיתם נעבוד.

תחילה, נחשב את הצלע AD על ידי משפט פיתגורס במשולש ADB:

$a^2 + b^2 = c^2$

$7^2 + AC^2 = 8^2$

$49 + AC^2 = 64$

$AC^2 = 64 - 49 = 15 \quad /\sqrt{}$

$AC = \sqrt{15}$

כעת, נשתמש פיתגורס במשולש ADC על מנת למצוא את הצלע DC:

$a^2 + b^2 = c^2$

$(\sqrt{15})^2 + DC^2 = 4^2$

$15 + DC^2 = 16$

$DC^2 = 16 - 15 = 1 \quad /\sqrt{}$

$DC = 1$

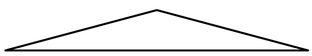
בשלב זה, ניתן למצוא את אורך הצלע BC; הצלע מורכבת מ-BD (שנתון בסרטוט שאורכה 7 ס"מ) ומ-DC (שמצאנו שאורכה 1 ס"מ). לכן:

$BC = BD + DC = 7 + 1 = 8$

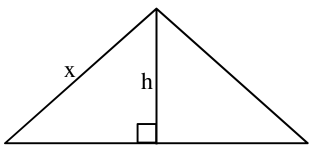
---

14. תשובה (2) נכונה. שאלה 14 מתוך 20 בפרק.

עלינו לקבוע איזו טענה נכונה בהכרח עבור משולה שווה-שוקיים. נבדוק את התשובות.

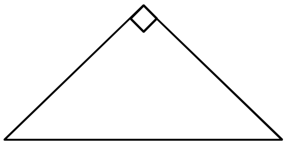


<u>נבדוק את תשובה (1):</u> "אורך השוק גדול מאורך הבסיס". טענה זו אינה נכונה בהכרח. אם מדובר במשולש קהה-זווית למשל, הצלע הארוכה תהיה הבסיס כפי שמתואר בסרטוט. התשובה נפסלת.

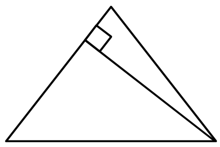


<u>נבדוק את תשובה (2):</u> "אורך הגובה לבסיס קטן מאורך השוק". טענה זו תמיד נכונה. נתבונן במשולש ישר הזווית שנוצר כתוצאה מהורדת הגובה לבסיס. במשולש ישר זווית, היתר הוא תמיד הצלע הכי גדולה במשולש. לפיכך $x > h$, כלומר השוק תמיד גדולה יותר מאורך הגובה לבסיס. **תשובה נכונה.**

טיפ: ברגע שמצאנו תשובה נכונה אין צורך להמשיך לבדוק את שאר התשובות, אך למען שלמות ההסבר נפסול אותן:



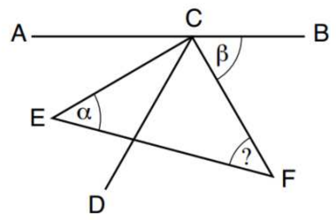
<u>נבדוק את תשובה (3):</u> "כל הזוויות במשולש חדות". כמו שהסברנו בתשובה (1), ייתכן מצב בו המשולש יהיה שווה-שוקיים וקהה-זווית. בנוסף, ישנה דוגמה מוכרת הסותרת טענה זו. משולש כסף הוא משולש שווה-שוקיים וישר זווית. כלומר, טענה זו אינה בהכרח נכונה. התשובה נפסלת.



<u>נבדוק את תשובה (4):</u> "כל הגבהים לצלעות המשולש הם גם חוצי זווית המשולש". במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם חוצה זווית. טענה זו אינה נכונה בהכרח עבור כל הגבהים. התשובה נפסלת.

---

15. תשובה (3) נכונה. שאלה 15 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הצבת מספרים

עלינו לבטא את גודלה של זווית $\measuredangle EFC$ באמצעות α או β. נציב מספרים נוחים במקום הנעלמים, $\alpha = 20°$, $\beta = 60°$.

כדי למצוא את גודלה של זווית $\measuredangle EFC$, ניתן להיעזר בסכום זוויות במשולש EFC. ידוע לנו כי $\measuredangle CEF = 20°$. נמצא את זווית $\measuredangle ECF$.
ראשית, נתון כי CF חוצה את זווית $\measuredangle BCD$. על כן, $\measuredangle DCF = \measuredangle FCB = 60°$.

זווית $\measuredangle ACD$ משלימה את זווית $\measuredangle DCB$ ל-$180°$, שכן יחד הן מרכיבות זווית שטוחה. לפיכך, $\measuredangle ACD = 60°$ $(180° - 60° - 60°)$. נתון ש-CE חוצה את זווית $\measuredangle ACD$ ולכן $\measuredangle ECD = 60:2 = 30°$. כעת ניתן לחשב את גודלה של זווית $\measuredangle ECF$:

$$\measuredangle ECF = \measuredangle ECD + \measuredangle DCF = 30° + 60° = 90°$$

כעת ניתן לחשב את גודלה של זווית $\measuredangle EFC$ באמצעות סכום זוויות במשולש:

$$\measuredangle EFC = 180° - 20° - 90° = 70°$$

כעת, נציב גם בתשובות $\alpha = 20°$, $\beta = 60°$, ונחפש תשובה השווה ל-$70°$. נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספרים במקום הנעלמים, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

(1) $\alpha \Rightarrow 20°$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת
(2) $\beta \Rightarrow 60°$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת
(3) $90° - \alpha \Rightarrow 90° - 20° = 70°$	$\Rightarrow$	**מתאים**
(4) $90° - \beta \Rightarrow 90° - 60° = 30°$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת

פסלנו 3 תשובות ועל כן תשובה (3) נכונה.

דרך ב' – פתרון גיאומטרי

נבין מה גודלה של זווית $\measuredangle ECF$ על מנת להיעזר בסכום זוויות במשולש ECF ולמצוא את גודלה של זווית $\measuredangle CFE$.

CF חוצה את זווית $\measuredangle BCD$. על כן, $\measuredangle DCF = \measuredangle FCB = \beta$. CE חוצה את זווית $\measuredangle ACD$. נציב x בתור גודלה של זווית $\measuredangle ECD$. לפיכך, $\measuredangle ACE = \measuredangle ECD = x$. כאמור, אנו מחפשים את גודלה של זווית$\measuredangle ECF$ $(x + \beta)$. ניתן לחלץ גודל זה מהזווית השטוחה $\measuredangle ACB$:

$$180° = \beta + \beta + x + x = 2\beta + 2x$$

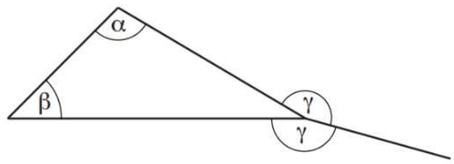
נחלק את המשוואה ב-2:

$$\beta + x = 90° \quad \Rightarrow \quad \measuredangle ECF = 90°$$

משמצאנו את גודלה של זווית $\measuredangle ECF$, ניתן לחשב את גודל הזווית $\measuredangle EFC$:

$$\measuredangle EFC = 180° - 90° - \alpha = 90° - \alpha$$

.16 תשובה (3) נכונה. שאלה 17 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הצבת מספרים

מכיוון שאנו רוצים למצוא את γ, נוכל להציב מספרים במקום α ו-β. נקפיד לבחור מספרים כך שנקבל 4 תשובות שונות (אחרת נצטרך הצבה נוספת).

נציב $\alpha = 100°$, $\beta = 40°$. כעת נשלים את הזווית השלישית במשולש: $180° - 100° - 40° = 40°$. כעת נוכל לסכום זוויות שמרכיבות זווית עגולה:

$2\gamma + 40° = 360°$
$2\gamma = 320°$
$\gamma = 160°$

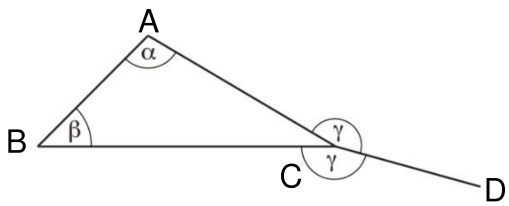
כעת, נציב גם בתשובות $\alpha = 100°$, $\beta = 40°$, ונחפש תשובה השווה ל-$160°$. נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספרים במקום הנעלמים, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

(1)	$\alpha + \beta \Rightarrow 100° + 40° = 140°$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת
(2)	$2(\alpha + \beta) \Rightarrow 2 \cdot 140° = 280°$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת
(3)	$90° + \frac{\alpha+\beta}{2} \Rightarrow 90° + \frac{140°}{2} = 160°$	$\Rightarrow$	**מתאים**
(4)	$180° - \frac{\alpha+\beta}{2} \Rightarrow 180° - \frac{140°}{2} = 110°$	$\Rightarrow$	לא מתאים, התשובה נפסלת

פסלנו 3 תשובות ועל כן תשובה (3) נכונה.

דרך ב' – אלגברה

למען נוחות ההסבר, נסמן את קדקודי המשולש באותיות כמתואר בסרטוט.



עלינו לבטא את γ באמצעות α ו-β. לשם כך, נקרב את הנתונים לגבי α ו-β ל-γ. הזווית שסביב הנקודה C היא זווית עגולה שגודלה $360°$. אם נמצא את גודלה של זווית $\measuredangle ACB$, נוכל להיעזר במידע זה כדי למצוא את גודלה של γ.

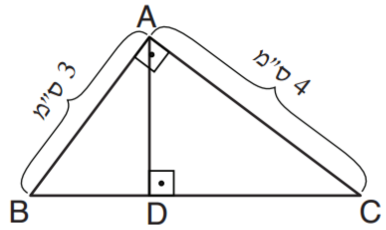
נתמקד במשולש ABC. ניעזר בסכום הזוויות במשולש זה כדי לבטא את גודלה של זווית $\measuredangle ACB$ באמצעות α ו-β $\Leftarrow$ $\measuredangle ACB = 180° - \alpha - \beta$.

כאמור, כעת ניתן להשלים את הזווית העגולה שסביב נקודה C:

$\gamma + \gamma + 180° - \alpha - \beta = 360°$
$2\gamma = 180° + \alpha + \beta$

$$\gamma = \frac{180° + \alpha + \beta}{2} = 90° + \frac{\alpha + \beta}{2}$$

17. תשובה (3) נכונה. שאלה 17 מתוך 20 בפרק.



נתון משולש ישר זווית ABC. עלינו למצוא את אורך הגובה ליתר, AD. אורכי הניצבים נתונים. נוכל למצוא בקלות את אורך היתר BC, שכן הוא חלק מהשלשה הפתגורית 3, 4, 5.
לכן $BC = 5$.
נמצא את הגובה בעזרת שטח המשולש: נוכל למצוא את השטח בעזרת שני הניצבים הנתונים, ואז בעזרת השטח וגודל הצלע BC נוכל למצוא את גודל הגובה לצלע (AD).

תחילה, נחשב את שטח המשולש באמצעות הניצבים AB ו-AC:

$$\frac{3\cdot 4}{2} = 6$$

כעת, נחשב את שטח המשולש באמצעות הבסיס BC והגובה לבסיס, AD:

$$\frac{AD\cdot 5}{2}$$

נשווה בין השטחים ונחלץ את אורכו של גובה AD:

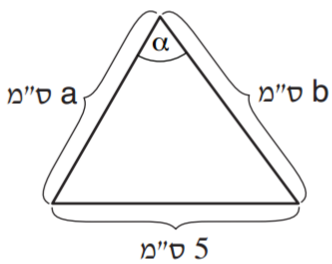
$$\frac{AD\cdot 5}{2} = 6$$

$$AD\cdot 5 = 12$$

$$AD = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

---

18. תשובה (3) נכונה. שאלה 18 מתוך 20 בפרק.

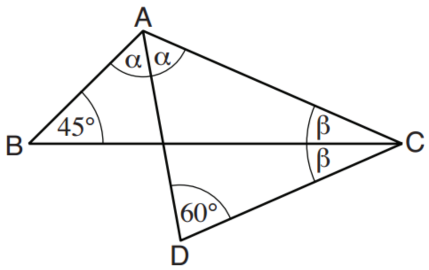


בסרטוט ישנו משולש קהה זווית ($\alpha > 90°$). אורכה של הצלע שמול הזווית הקהה הוא 5 ס"מ, וזו הצלע הגדולה במשולש (מול הזווית הגדולה במשולש נמצאת הצלע הארוכה ביותר). לפיכך כל אחת מהצלעות האחרות קטנה מ-5, ולכן סכום $a + b$ בהכרח קטן מ-10. תשובות (1) ו-(2) נפסלות.

בנוסף, ידוע לנו שבמשולש סכום שתי צלעות תמיד גדול מהצלע השלישית. על כן, סכום $a + b$ בהכרח גדול מ-5. תשובה (4) נפסלת. התשובה היחידה שמתאימה היא תשובה (3).

---

19. תשובה (4) נכונה. שאלה 19 מתוך 20 בפרק.



בסרטוט נתונים 2 משולשים, ונתונות זוויותיהם באמצעות α, β ומספרים. עלינו לקבוע מה סכומן של α ו-β. ניעזר בסכום זוויות במשולש כדי לבנות שתי משוואות המתארות את הקשר בין α ל-β.

סכום זוויות במשולש ABC :

$2\alpha + \beta = 135°$

סכום זוויות במשולש ADC :

$60° + \alpha + 2\beta = 180°$
$\alpha + 2\beta = 120°$

נשים לב כי ניתן לחבר את המשוואות כך שהמקדמים של α ו-β יהיו זהים. נוכל לצמצם אותם ולגלות מה סכומן של α ו-β :

$2\alpha + \alpha + \beta + 2\beta = 135° + 120°$
$3\alpha + 3\beta = 255°$

נחלק את המשוואה ב-3 :

$\alpha + \beta = 85°$

אם לא הבחנתם בכך שניתן לחבר את המשוואות, אפשר גם לבודד את אחד הנעלמים ולהציב אותו במשוואה השנייה, וכך למצוא את גודלו של כל נעלם, באופן הבא :

$2\alpha + \beta = 135° \Rightarrow \beta = 135° - 2\alpha$

נציב זאת במשוואה השנייה :

$\alpha + 2\beta = 120° \Rightarrow \alpha + 2 \cdot (135° - 2\alpha) = 120°$
$\alpha + 270° - 4\alpha = 120°$
$-3\alpha = -150°$
$\alpha = 50°$

כעת נציב את α במשוואה שלעיל ונמצא את גודלה של β :

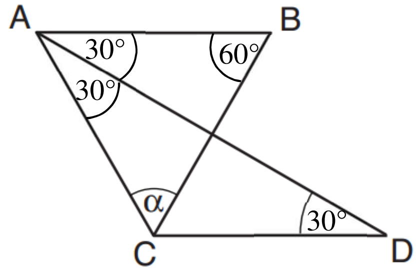
$\beta = 135° - 2\alpha \Rightarrow \beta = 135° - 2 \cdot 50° = 135° - 100°$
$\beta = 35°$

על כן, סכומן של α ו-β הוא 85° $(50° + 35°)$.

20. תשובה (1) נכונה. שאלה 19 מתוך 20 בפרק.

דרך א' – הצבת מספרים

אנו מתבקשים לבטא את גודלה של זווית $\sphericalangle ADC$ באמצעות הזווית α, ולכן ניתן להציב מספר נוח עבור α. נשים לב ממבט בתשובות כי רצוי שמספר זה יתחלק ב-2, 3 ו-4. למשל, $\alpha = 60°$.



נתבונן במשולש שווה השוקיים ACB. גודל זווית הראש שלו הוא 60° ולכן גודל כל אחד מזוויות הבסיס שלה הוא 60°. מכיוון שצלע AD חוצה את זווית $\sphericalangle BAC$ נקבל $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAC = 30°$ (מסומנות בסרטוט).

נתון שצלעות AB ו-CD מקבילות. לפיכך, $\sphericalangle ADC = \sphericalangle BAD = 30°$, שכן אלה זוויות מתחלפות בין מקבילים ("Z").

כעת, נציב גם בתשובות $\alpha = 60°$, ונחפש תשובה השווה ל-30°. נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספרים במקום הנעלמים, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

(1) $45° - \frac{\alpha}{4} \Rightarrow 45° - \frac{60°}{4} = 45° - 15° = 30°$ ⇐ **מתאים**

(2) $60° - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 60° - \frac{60°}{2} = 60° - 30° = 30°$ ⇐ **מתאים**

(3) $60° - \alpha \Rightarrow 60° - 60° = 0°$ ⇐ לא מתאים, התשובה נפסלת

(4) $135° - \frac{\alpha}{3} \Rightarrow 135° - \frac{60°}{3} = 135° - 20° = 115°$ ⇐ לא מתאים, התשובה נפסלת

נותרו שתי תשובות מתאימות. נבצע הצבה נוספת עבור α: הפעם נסתפק במספר המתחלק ב-2 וב-4, כי נשארנו רק עם תשובות (1) ו-(2). למשל, $\alpha = 40°$. באותו אופן שתואר לעיל, נמצא כי $\sphericalangle ADC = 35°$.

כעת, נציב גם בתשובות $\alpha = 40°$, ונחפש תשובה השווה ל-35°.

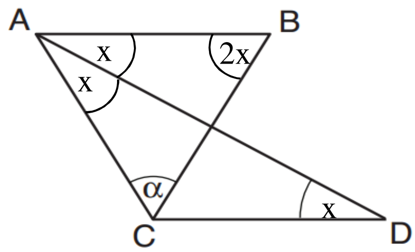
(1) $45° - \frac{\alpha}{4} \Rightarrow 45° - \frac{40°}{4} = 45° - 10° = 35°$ ⇐ **מתאים**

(2) $60° - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 60° - \frac{40°}{2} = 60° - 20° = 40°$ ⇐ לא מתאים, התשובה נפסלת

פסלנו 3 תשובות ועל כן תשובה (1) נכונה.

דרך ב' – פתרון גיאומטרי

עלינו לבטא את גודלה של זווית $\measuredangle ADC$ באמצעות α. לשם הנוחות, נציב x בתור זווית זו.



נתון: $AB \parallel CD$. לפיכך, $\measuredangle BAD = \measuredangle ADC = x$, שכן אלה זוויות מתחלפות בין מקבילים ("Z"). כמו כן, נתון כי AD חוצה את $\measuredangle BAC$. על כן, $\measuredangle BAD = \measuredangle DAC = x \Leftarrow \measuredangle BAC = 2x$. ידוע שמשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AC = BC$) ולכן זוויות הבסיס שלו שוות, לכן $\measuredangle ABC = 2x$. נשתמש בסכום זוויות במשולש ACB כדי לחלץ את x:

$$2x + 2x + \alpha = 180^\circ$$

$$4x = 180^\circ - \alpha \quad /:4$$

$$x = 45^\circ - \frac{\alpha}{4}$$

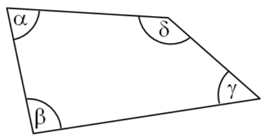
מרובעים - יסודות

מרובע

מרובע הוא צורה גיאומטרית סגורה בעלת 4 צלעות.

סכום הזוויות במרובע שווה ל- $360°$.

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$$

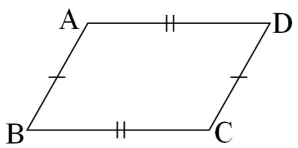


מקבילית

מקבילית היא מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות מקבילות ושוות.

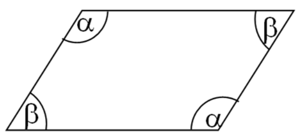
הצלעות הנגדיות במקבילית שוות ומקבילות זו לזו.

$$AD \parallel BC \ , \ AD = BC$$

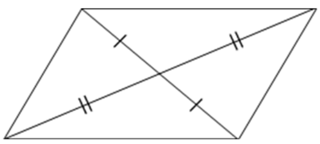


הזוויות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו,
וסכום **זוויות סמוכות** שווה ל- $180°$.

$$\alpha + \beta = 180°$$

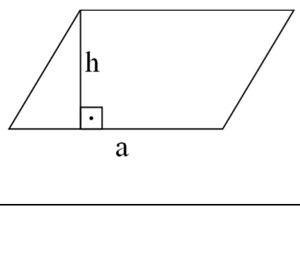


אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה.
האלכסונים **אינם** שווים זה לזה, **אינם** חוצים את זוויות המקבילית,
ואינם מאונכים זה לזה.



שטח מקבילית שווה למכפלת הצלע בגובה לצלע (בסיס · גובה).

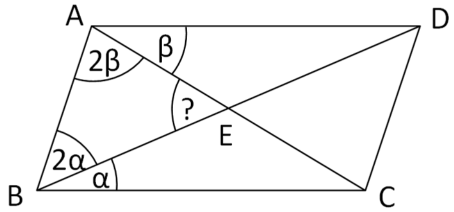
$$a \cdot h$$



דוגמה:

בסרטוט שלפניכם מקבילית ABCD.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
מה גודלה של הזווית המסומנת בסימן שאלה?



(1) $60°$ (2) $20°$ (3) $30°$ (4) $45°$

פתרון -

אנו יודעים שבמקבילית, זוויות הנשענות על אותה צלע משלימות זו את זו ל- $180°$:

$$3\alpha + 3\beta = 180° \quad /:3 \quad \Rightarrow \quad \alpha + \beta = 60°$$

סכום הזוויות במשולש ABE הוא $180°$. נחסר את הזוויות 2α ו-2β כדי למצוא את הזווית המבוקשת:

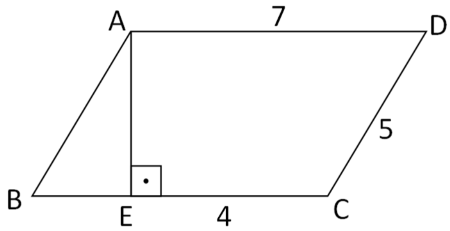
$$180° - 2\alpha - 2\beta = 180° - 2(\alpha + \beta) = 180° - 2\cdot 60° = 60°$$

תשובה (1) נכונה.

דוגמה:

בסרטוט שלפניכם מקבילית ABCD.
הישר AE מאונך ל-BC.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה שטחה של מקבילית ABCD?



(1) 21 (2) 12 (3) 28 (4) 35

פתרון -

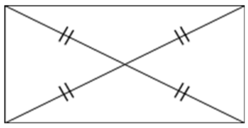
הצלעות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו ולכן $AB = DC = 5$, וגם $BC = AD = 7$. לפיכך, $BE = 3$.
משולש ABE הוא משולש ישר-זווית שצלעותיו שייכות לשלשה הפיתגורית 3:4:5, ולכן הגובה $AE = 4$.
נחשב את שטח המקבילית על פי הנוסחה:

שטח מקבילית ABCD $= BC\cdot AE = 7\cdot 4 = 28$

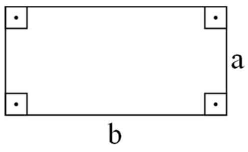
תשובה (3) נכונה.

מלבן

מלבן הוא מקבילית שכל זוויותיה שוות ל- $90°$.



אלכסוני המלבן שווים זה לזה וחוצים זה את זה. הם **<u>אינם</u>** מאונכים זה לזה **<u>ואינם</u>** חוצים את זוויות המלבן.



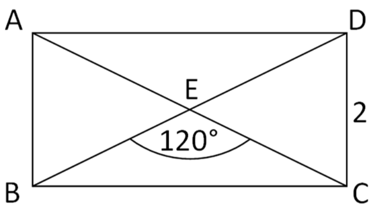
שטח מלבן שווה למכפלת הצלע בצלע הסמוכה לה (בסיס · גובה).

$a \cdot b$

דוגמה:

בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD.

נתון: $CD = 2$ ס"מ.



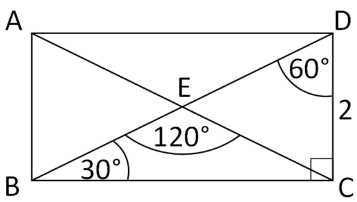
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט, מה שטחו של המלבן (בסמ"ר)?

(1) $4\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $6\sqrt{2}$ (4) $4\sqrt{3}$

פתרון -

הזווית $120°$ מרמזת לנו על משולש זהב ($30°$-$60°$-$90°$).

נשלים את הזוויות בתוך המלבן:



משולש BCD הוא משולש זהב, ולכן צלעותיו מקיימות את היחס:

$a : a\sqrt{3} : 2a$

הצלע DC נמצאת מול הזווית הקטנה, וכדי להגיע ממנה לניצב הגדול עלינו להכפיל אותה פי $\sqrt{3}$ $\Leftarrow$ $BC = 2\sqrt{3}$

נחשב את שטח המלבן:

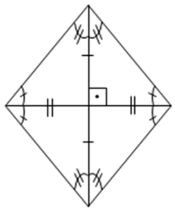
שטח מלבן ABCD $= BC \cdot DC = 2\sqrt{3} \cdot 2 = 4\sqrt{3}$

תשובה (4) נכונה.

מעוין

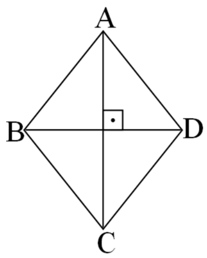
מעוין הוא מקבילית שכל צלעותיה שוות זו לזו.

אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה, חוצים זה את זה וחוצים את זוויות המעוין.
אלכסוני המעוין **<u>אינם</u>** שווים זה לזה.



שטח מעוין שווה למכפלת האלכסונים חלקי 2.

$$\frac{AC \cdot BD}{2}$$

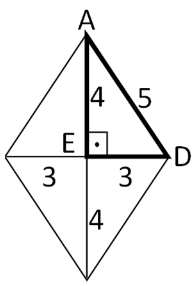


דוגמה:
נתון מעוין שסכום אלכסוניו הוא 14 ס"מ, וההפרש (בערך מוחלט) בין אלכסוניו הוא 2 ס"מ.
מה היקפו של המעוין?

(1) 7 (2) 20 (3) 21 (4) 28

פתרון -
נבנה שתי משוואות עם שני נעלמים:

$$a + b = 14$$
$$\underline{a - b = 2}$$
$$2a = 16 \quad \Rightarrow \quad a = 8 \quad \Rightarrow \quad b = 6$$



במעוין, האלכסונים חוצים זה את זה. ניתן לראות כי במשולש AED מתקיימת השלשה הפיתגורית 3:4:5, ולכן הצלע AD = 5.

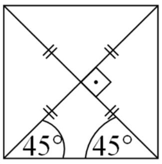
במעוין, כל הצלעות שוות זו לזו ולכן היקפו של המעוין יהיה 20 ס"מ.

תשובה (2) נכונה.

ריבוע

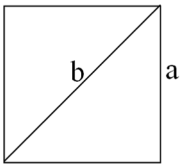
ריבוע הוא מקבילית שכל צלעותיה שוות וכל זוויותיה שוות ל- $90°$, או מלבן שכל צלעותיו שוות, או מעוין שכל זוויותיו שוות ל- $90°$.

אלכסוני הריבוע שווים זה לזה, חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.



שטח ריבוע שווה לצלע בריבוע או למכפלת האלכסונים חלקי 2.

a^2 או $\frac{b^2}{2}$



דוגמה:

נתון ריבוע שאלכסונו שווה ל-10 ס"מ.
מה שטחו של הריבוע (בסמ"ר)?

(1) 100
(2) 20
(3) 25
(4) 50

פתרון -

ניתן לחשב את צלע הריבוע בעזרת משפט פיתגורס (או באמצעות יחס צלעות במשולש כסף), ואז לחשב את שטחו על ידי העלאת הצלע בריבוע, אולם מהיר יותר לחשב את שטח הריבוע באמצעות מכפלת אלכסונים חלקי 2:

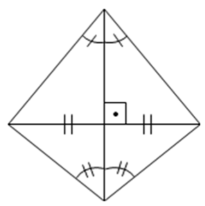
$$\frac{10 \cdot 10}{2} = 50$$

תשובה (4) נכונה.

דלתון

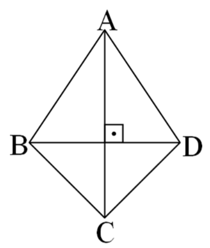
דלתון מורכב משני משולשים שווי-שוקיים בעלי בסיס משותף.

אלכסוני הדלתון מאונכים זה לזה.
האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני וחוצה את זוויות הראש של המשולשים המרכיבים את הדלתון.



שטח דלתון שווה למכפלת האלכסונים חלקי 2.

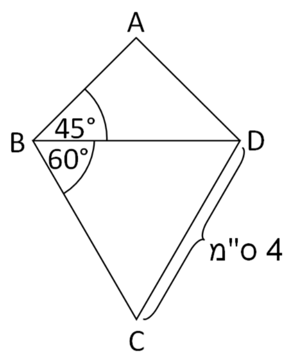
$$\frac{AC \cdot BD}{2}$$



דוגמה:
בסרטוט שלפניכם ABCD דלתון ($AB = AD$, $BC = DC$).
נתון: $\sphericalangle ABD = 45°$, $\sphericalangle DBC = 60°$, 4 ס"מ $= DC$.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה היקף הדלתון (בס"מ) ?

(1) $8\sqrt{3}$
(2) $8+4\sqrt{2}$
(3) $4 + \sqrt{3}$
(4) $16 + 2\sqrt{2}$



פתרון -
משולש BCD הוא שווה-שוקיים עם זווית בת $60°$, ולכן הוא בעצם משולש שווה-צלעות, וכל הצלעות שלו שוות ל-4 ס"מ.
משולש ABD הוא שווה-שוקיים וזוויות הבסיס שלו שוות ($45°$), ולכן זהו משולש כסף - $\sphericalangle A = 90°$.
על פי יחס צלעות במשולש כסף, הניצבים AB ו-AD שווים כל אחד ל-$2\sqrt{2}$ ס"מ (על מנת להגיע מהיתר לניצב מחלקים ב-$\sqrt{2}$), והיקף הדלתון הוא: $8 + 4\sqrt{2}$.

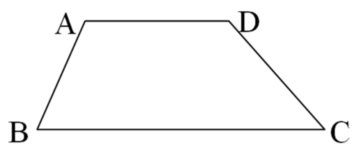
תשובה (2) נוכנה.

טרפז

טרפז הוא מרובע, אשר זוג צלעות אחד **<u>בלבד</u>** שלו מקבילות זו לזו.
הצלעות המקבילות נקראות בסיסים והאחרות נקראות שוקיים.

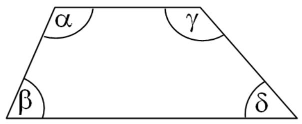
בטרפז, שני הבסיסים מקבילים זה לזה.
שתי השוקיים <u>אינן</u> מקבילות זו לזו.

$AD \parallel BC \quad , \quad AB \nparallel DC$



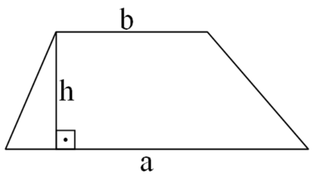
הזוויות הסמוכות הנשענות על אותה שוק משלימות ל- $180°$.

$$\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180°$$

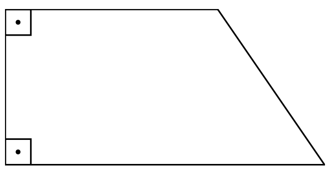


שטח טרפז שווה למכפלת הגובה בסכום הבסיסים חלקי 2.

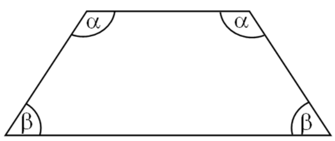
$$\frac{(a+b) \cdot h}{2}$$



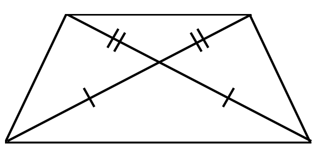
בטרפז ישר-זווית ישנן שתי זוויות סמוכות על אחת השוקיים
השוות ל- $90°$.



בטרפז שווה-שוקיים הזוויות הסמוכות על אותו בסיס שוות זו
לזו.

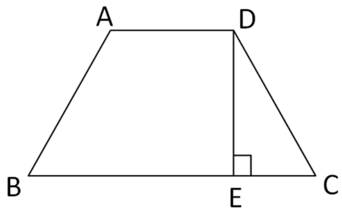


בטרפז שווה-שוקיים האלכסונים שווים, ומחלקים אחד את השני
לקטעים שווים בהתאמה.



דוגמה:

בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ששטחו 30 סמ"ר ($AD \parallel BC$).
שטחו של המשולש DEC הוא 3 סמ"ר.
נתון: $DE = 3$ ס"מ

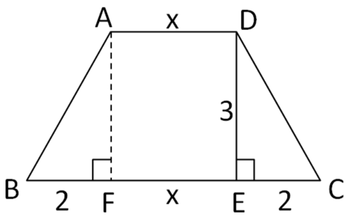


לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה אורכו של AD (בס"מ)?

(1) 10 (2) 12 (3) 8 (4) 9

פתרון -

נתון כי הגובה של משולש DEC הוא 3 ס"מ.
לפי נוסחת השטח של משולש (בסיס כפול גובה חלקי 2) נמצא כי הבסיס $EC = 2$.



נוריד גובה מ-A לבסיס BC.
מכיוון שהטרפז הוא שווה-שוקיים, גם $BF = 2$.

נציב את הנתונים בנוסחת שטח טרפז:

$$\frac{(\text{סכום הבסיסים})\cdot h}{2} = \frac{(x+4+x)\cdot 3}{2} = \frac{12+6x}{2} = 6+3x$$

נתון כי שטח הטרפז שווה ל-30 סמ"ר:

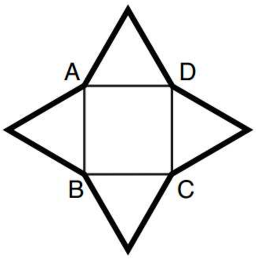
$$6+3x=30 \quad \Rightarrow \quad 3x=24 \quad \Rightarrow \quad x=8$$

תשובה (3) נכונה.

תרגול יסודות

.1 על כל אחת מצלעותיו של הריבוע ABCD בנו משולש שווה שוקיים.
כל ארבעת המשולשים חופפים זה לזה.
היקף הריבוע 24 ס"מ, והיקף כל אחד מן המשולשים 30 ס"מ.

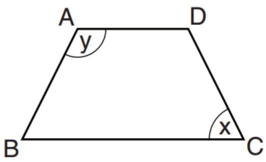
מה היקף הצורה שנוצרה (הקו המודגש בסרטוט) בס"מ?



(1) 80
(2) 88
(3) 96
(4) 100

.2 בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AB = CD$).
נתון: $y = x + 20°$

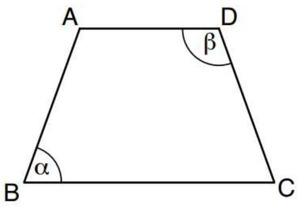
$x = ?$



(1) $50°$
(2) $60°$
(3) $70°$
(4) $80°$

.3 בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
($AD \parallel BC$, $AB = DC$).

$\beta = ?$

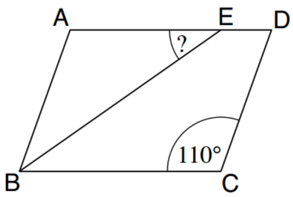


(1) $90° + \alpha$
(2) $180° - \alpha$
(3) $135° + \alpha$
(4) $135° - \alpha$

.4 בסרטוט שלפניכם ABCD מקבילית ו-BE חוצה את הזווית $\sphericalangle ABC$.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\sphericalangle AEB = ?$



(1) $35°$
(2) $20°$
(3) $55°$
(4) $40°$

---

5. אורך **צלעו** של משולש שווה-צלעות שווה ל**היקפו** של ריבוע.

נתון: היקפו של המשולש הוא 168 ס"מ.

מה אורך צלעו של הריבוע (בס"מ)?

(1) 8 (2) 14 (3) 24 (4) 42

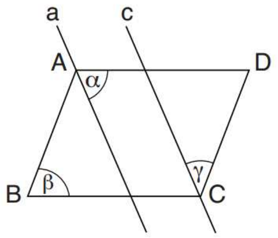
---

6. בסרטוט שלפניך ABCD היא מקבילית.

a ו-c ישרים מקבילים העוברים דרך הקדקודים A ו-C בהתאמה.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha + \beta + \gamma = ?$



(1) 120°

(2) 180°

(3) 270°

(4) 360°

---

7. איזו מהטענות הבאות בנוגע לאלכסון <u>הארוך</u> במעוין **אינה** נכונה?

(1) הוא גדול מ-$\frac{1}{2}$ היקף המעוין

(2) הוא גדול מצלע המעוין

(3) הוא חוצה זווית שבין צלעות סמוכות במעוין

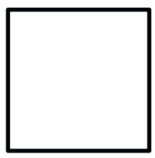
(4) הוא יוצר זווית של 90° עם האלכסון הקצר

---

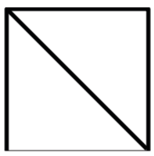
8. בסרטוטים שלפניכם ריבועים חופפים.

באיזה מהם אורך המסלול המודגש הוא **הקצר** ביותר?

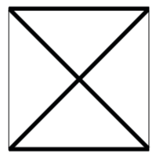
(1)



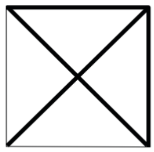
(2)



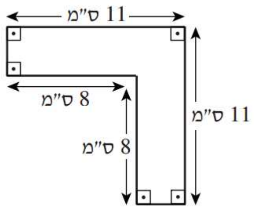
(3)



(4)



9. מה שטח הצורה שבסרטוט (בסמ"ר)?

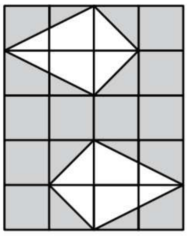


(1) 27
(2) 34
(3) 48
(4) 57

---

10. בסרטוט שלפניך מלבן המורכב מ-20 ריבועים חופפים
ששטח כל אחד מהם 1 סמ"ר.

מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?



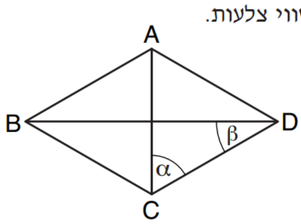
(1) 13
(2) 14
(3) 15
(4) 16

---

11. בסרטוט שלפניכם BAC ו-DAC הם משולשים שווי צלעות.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha - \beta = ?$

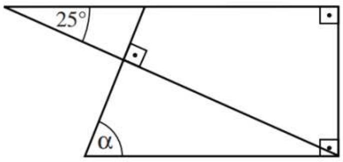


(1) $0°$
(2) $15°$
(3) $30°$
(4) $45°$

---

12. לפי הנתונים בסרטוט שלפניכם,

$\alpha = ?$



(1) $25°$
(2) $45°$
(3) $65°$
(4) $75°$

13. היקפו של מלבן הוא 5 ס"מ. ידוע כי למלבן צלע שאורכה 2 ס"מ.
מה שטח המלבן (בסמ"ר)?

(1) 1
(2) 2
(3) 2.5
(4) 4

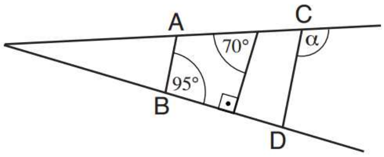
---

14. באיזה מן המרובעים הבאים ה**אלכסונים** לא בהכרח מאונכים זה לזה?

(1) ריבוע
(2) מלבן
(3) מעוין
(4) דלתון

---

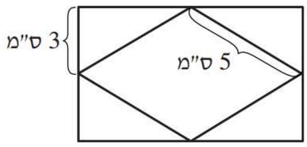
15. בסרטוט שלפניך AB || CD .
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
$\alpha = ?$



(1) 105°
(2) 115°
(3) 120°
(4) 140°

---

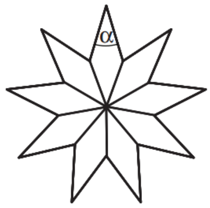
16. בסרטוט שלפניכם מלבן שבו חסום מעוין.
קדקודי המעוין נמצאים על מרכזי צלעות המלבן.
לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה היקף המלבן (בס"מ)?



(1) 28
(2) 32
(3) 36
(4) 40

---

17. 9 מעוינים חופפים יוצרים צורה כבסרטוט.



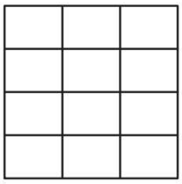
$\alpha = ?$

(1) $25°$
(2) $45°$
(3) $30°$
(4) $40°$

---

18. **ריבוע** שהיקפו 16 ס"מ חולק ל-12 מלבנים חופפים, כבסרטוט.

מה **היקף** כל מלבן (בס"מ)?

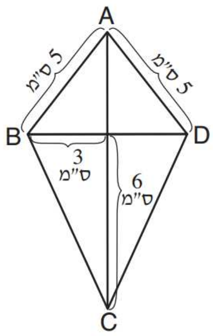


(1) $5\frac{1}{3}$
(2) 2
(3) 3
(4) $4\frac{2}{3}$

---

19. בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
מה שטח הדלתון (בסמ"ר)?



(1) 54
(2) 36
(3) 30
(4) 24

---

20. עינב: "די לי לדעת את היקפו של ריבוע נתון כדי שאוכל לחשב את שטחו."
ארז: "די לי לדעת את היקפו של מעוין נתון כדי שאוכל לחשב את שטחו."

איזו מהטענות הבאות נכונה?

(1) עינב צודקת וארז טועה
(2) עינב טועה וארז צודק
(3) עינב וארז צודקים
(4) עינב וארז טועים

תשובות

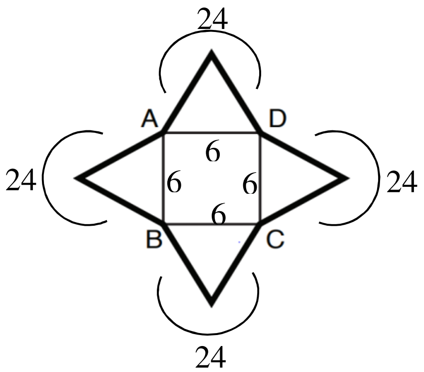
שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	3	4	2	1	2	2	1	1	4	2

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	3	3	1	2	1	1	4	4	3	1

פתרתי 20 שאלות - ______________ נכונות, ______________ אחוזי הצלחה

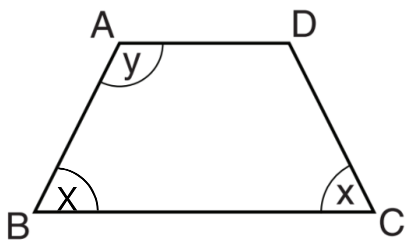
1. תשובה (3) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.

דרך א' – חיסור קטעים
ניתן לראות כי הקו המודגש מורכב מהיקפם של ארבעת המשולשים, למעט צלעות הריבוע. לכן, נחשב את היקף ארבעת המשולשים ונחסר מהתוצאה את היקפו של הריבוע.
היקף כל משולש הוא 30 ס״מ, ועל כן סכום ההיקפים של ארבעת המשולשים הוא 120 ס״מ ($30\cdot4$). היקף הריבוע הוא 24 ס״מ.
מכאן שהיקף הצורה שנוצרה הוא 96 ס״מ ($120-24$).



דרך ב' – חישוב
ראשית, נתון לנו כי היקפו של הריבוע הוא 24, ועל כן אורך כל אחת מצלעותיו הוא 6 ($24:4$).
כעת, נסתכל על המשולשים: היקף המשולש שווה ל-30, ומצאנו כי הבסיס של המשולש שווה ל-6. מכאן שנשארו עוד 24 ס״מ לשתי הצלעות המודגשות בכל אחד מהמשולשים.
הקו המודגש מורכב מהצלעות המודגשות בארבעת המשולשים ועל כן שווה ל-96 ס״מ ($24\cdot4$).

2. תשובה (4) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.

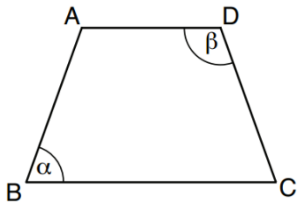


בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות,
לכן $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD = x$.
כידוע, בכל טרפז סכום זוויות על אותה שוק שווה ל-$180°$.
מכאן שסכומם של x ו-y הוא 180.
טיפ: בכל טרפז שווה שוקיים סכומן של הזוויות הנגדיות הוא $180°$.

נבנה משוואה בהתאם:
$$x + y = 180$$
נציב את ערכו של y כפי שמוגדר בשאלה ($y = x + 20$):

$x + x + 20 = 180$
$2x + 20 = 180$
$2x = 160$
$x = 80°$

3. תשובה (2) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.



אנו מתבקשים לבטא את גודלה של β באמצעות α. בטרפז שווה שוקיים, סכום זוויות נגדיות הוא $180°$. לכן:

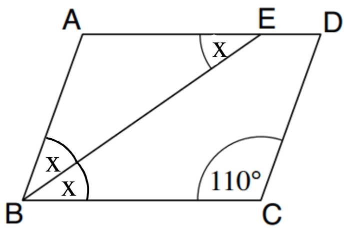
$\beta + \alpha = 180°$
$\beta = 180° - \alpha$

נסביר זאת בדרך נוספת: בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות. על כן, $\measuredangle BCD = \alpha$. ידוע ש-$AD \parallel BC$. בין ישרים מקבילים, סכום זווית חדה וזווית קהה הוא $180°$. משמע:

$\beta + \alpha = 180°$
$\beta = 180° - \alpha$

---

4. תשובה (1) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.



עלינו לקבוע מה גודלה של זווית $\measuredangle AEB$. למען נוחות ההסבר, נסמן את גודלה בנעלם x. כדי להבין מה הגודל של x, נשאף לקרב אותו למידע הנתון, $\measuredangle BCD = 110°$.

ABCD מקבילית, לכן $\measuredangle EBC = x$, שכן אלה זוויות מתחלפות בין מקבילים ("Z"). כמו כן, נתון ש-BE חוצה את הזווית $\measuredangle ABC$, ולכן $\measuredangle ABE = \measuredangle EBC = x$. מצאנו כי גודלה של זווית $\measuredangle ABC$ הוא 2x. כידוע, סכום זווית חדה וזווית קהה בין מקבילים הוא $180°$.

נשתמש במידע זה כדי לקשר בין 2x לזווית הנתונה ($\measuredangle DCB = 110°$) ונחלץ את x:

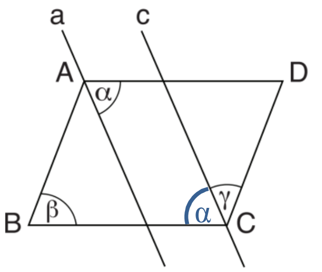
$110° + 2x = 180°$
$2x = 70°$
$x = 35°$

---

5. תשובה (2) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.

אורך צלעו של משולש שווה-צלעות שווה להיקפו של ריבוע. עלינו לקבוע מה אורך צלע הריבוע. תחילה, נמצא את אורך צלע המשולש: נתון שהיקפו 168 ס"מ, ולכן אורך צלעו 56 ס"מ $\left(\frac{168}{3}\right)$. כאמור, אורך זה שווה להיקף הריבוע: אם היקף הריבוע הוא 56 ס"מ, אז אורך צלעו 14 ס"מ $\left(\frac{56}{4}\right)$.

.6 תשובה (2) נכונה. שאלה 3 מתוך 20 בפרק.

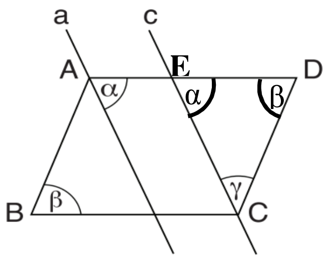


דרך א'

ראשית, ניתן לשים לב כי המרובע שנוצר בתוך המקבילית הגדולה הוא גם מקבילית (מורכב משני זוגות של צלעות המקבילות זו לזו). מכאן שהזווית הנגדית ל-α במקבילית זו שווה גם היא ל-α (זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו).

כעת, נתמקד במקבילית הגדולה ונראה כי הזוויות $\measuredangle B$ ו-$\measuredangle C$ הן זוויות סמוכות במקבילית ועל כן סכומן שווה ל-$180°$: $\measuredangle B + \measuredangle C = 180°$.

ניתן לראות כי $\measuredangle B = \beta$ וכי $\measuredangle C = \alpha + \gamma$, ועל כן $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.



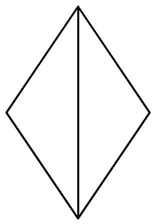
דרך ב'

ראשית, $\measuredangle D = \measuredangle B$ (זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו), ועל כן ניתן לסמן גם את זווית D כ-β. בנוסף, הישרים a ו-c מקבילים ונחתכים ע"י ישר AD, ועל כן $\measuredangle DEC = \alpha$ (זוויות מתאימות).

כעת, נתמקד במשולש ECD : סכום הזוויות **במשולש** הוא $180°$, ועל כן $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

.7 תשובה (1) נכונה. שאלה 3 מתוך 20 בפרק.

עלינו לקבוע איזו מהטענות אינה נכונה לגבי האלכסון הארוך במעוין. נבדוק את התשובות.



<u>נבדוק את תשובה (1) :</u> "הוא גדול מ-$\frac{1}{2}$ היקף המעוין". האלכסון הארוך מחלק את המעוין ל-2 משולשים. נתבונן באחד המשולשים. משולש זה מורכב משתי צלעות של המעוין, שהן חצי מהיקפו, ומהאלכסון הארוך. כידוע, במשולש סכום שתי צלעות גדול מהצלע השלישית. לפיכך, חצי מהיקף המעוין <u>גדול</u> מהאלכסון הארוך. הטענה אינה נכונה, **תשובה נכונה.**

טיפ: ברגע שמצאנו תשובה נכונה אין צורך להמשיך לבדוק את שאר התשובות, אך למען שלמות ההסבר נפסול אותן :

<u>נבדוק את תשובה (2) :</u> "הוא גדול מצלע המעוין". כאמור, האלכסון הארוך מחלק את המעוין ל-2 משולשים. משולשים אלה הם שווי-שוקיים, שכן שתיים מצלעותיהם הן צלעות המשולש. נתמקד באחד המשולשים. מכיוון שמדובר באלכסון <u>הארוך</u> של המעוין, הוא מונח מול הזווית הקהה במעוין. כלומר, זווית הראש במשולש שווה-השוקיים היא קהה. במשולש הצלע הגדולה מונחת מול הזווית הגדולה. לפיכך, האלכסון בהכרח גדול מצלע המעוין. הטענה נכונה, התשובה נפסלת.

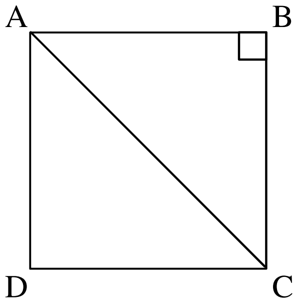
<u>נבדוק את תשובה (3) :</u> "הוא חוצה זווית שבין צלעות סמוכות במעוין". במעוין כל אלכסון הוא גם חוצה זווית. הטענה נכונה, התשובה נפסלת.

<u>נבדוק את תשובה (4) :</u> "הוא יוצר זווית של $90°$ עם האלכסון הקצר". בכל מעוין האלכסונים מאונכים זה לזה. הטענה נכונה, התשובה נפסלת.

---

8. תשובה (1) נכונה. שאלה 3 מתוך 20 בפרק.

בסרטוטים שלפנינו 4 ריבועים חופפים. בכל אחד מהם מודגשים 4 קווים. עלינו לקבוע באיזה מהם אורך המסלול הוא הקצר ביותר. מכיוון שכל הקטעים הם או צלע או אלכסון, נבין תחילה איזה קטע גדול יותר – צלע הריבוע או האלכסון שלו. ניעזר בסרטוט הבא לשם כך :



משולש ABC הוא משולש ישר זווית, $\measuredangle ABC = 90$. כידוע, במשולש ישר זווית היתר הוא הצלע הארוכה ביותר, ולכן אלכסון הריבוע בהכרח גדול מצלעו (ABC הוא משולש כסף, כך שליתר דיוק, אלכסון הריבוע גדול פי $\sqrt{2}$ מצלעו).

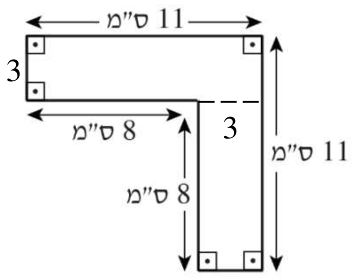
לפיכך, המסלול הקצר ביותר יתקבל כאשר כמה שיותר מהקטעים יהיו צלעות הריבוע וכמה שפחות מהם יהיו אלכסוני הריבוע. על כן, בתשובה (1) מוצג המסלול הקצר ביותר.

---

9. תשובה (4) נכונה. שאלה 3 מתוך 20 בפרק.

עלינו למצוא את שטח הצורה שבסרטוט. על מנת לעשות זאת, נחלק אותה לצורות מוכרות.

דרך א' – מלבנים

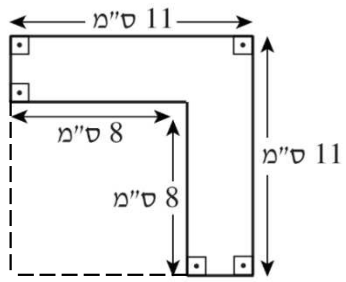


ניתן לחלק את הצורה לשני מלבנים. אורך המלבן העליון 11 ס"מ ורוחבו 3 ס"מ (ההפרש בין הצלע הארוכה לקצרה). מכאן ששטחו הוא 33 סמ"ר ($3 \cdot 11 = 33$).

אורך המלבן הקצר הוא 8 ס"מ ורוחבו 3 ס"מ (גם כאן זהו ההפרש בין הצלע הארוכה לקצרה). כלומר, שטחו 24 סמ"ר ($3 \cdot 8 = 24$).

בסך הכול שטח הצורה הוא 57 סמ"ר ($33 + 24 = 57$).

דרך ב' – ריבועים

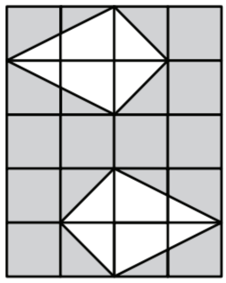


אפשרות נוספת היא השלמת הצורה לשני ריבועים ; ריבוע גדול שצלעו 11 ס"מ וריבוע קטן שצלעו 8 ס"מ.
במקרה זה, שטח הצורה המבוקשת יהיה שטח הריבוע הגדול פחות שטח הריבוע הקטן.

$$11^2 - 8^2 = 121 - 64 = 57$$

---

10. תשובה (2) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.



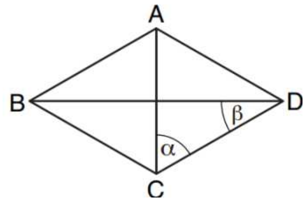
לפנינו מלבן ובתוכו 2 דלתונים בהירים זהים. עלינו לקבוע מה גודל השטח הכהה.
לשם כך, נחשב את שטח המלבן ונחסר ממנו את שטח הדלתונים.

שטח המלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו. כלומר, שטח המלבן הוא 20 סמ"ר ($4 \cdot 5$).

כעת נחשב את שטחי הדלתונים. שטח הדלתון שווה למכפלת האלכסונים לחלק ל-2.
כלומר, שטח הדלתון הוא 3 סמ"ר $\left(\frac{2\cdot 3}{2}\right)$. שטחם של שני הדלתונים יחד הוא 6 סמ"ר ($3 \cdot 2$).

לפיכך, גודל השטח הכהה הוא 14 סמ"ר ($20 - 6$).

11. תשובה (3) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.



נתונים 2 משולשים שווי-צלעות BAC ו-DAC. עלינו לקבוע מה ההפרש בין α ל-β. נתמקד במשולש ACD. כידוע, במשולש שווה-צלעות כל הזוויות בנות 60°, ולכן $\alpha = 60°$.

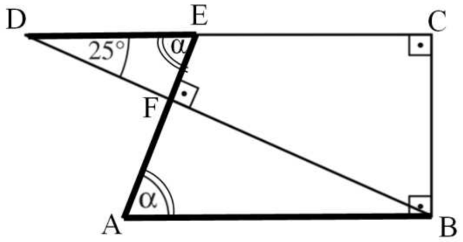
כעת נתמקד במרובע ABCD. מרובע זה מורכב משני משולשים שווי-צלעות ולכן המרובע הוא מעוין (ארבע צלעותיו שוות). במעוין האלכסונים הם גם חוצי זווית, ולכן $\beta = \frac{60°}{2} = 30°$.

משמצאנו את גודלן של α ו-β, נחשב את ההפרש ביניהן:

$$\alpha - \beta = 60° - 30° = 30°$$

---

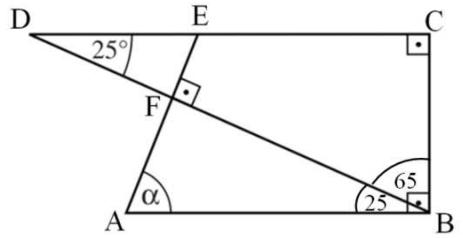
12. תשובה (3) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – ישרים מקבילים

נתון כי זוויות C ו-B הן זוויות ישרות, מכאן נבין כי הישרים AB ו-BC מאונכים לישר BC ולכן AB||CD. עתה משהוכחנו כי הישרים מקבילים, נזהה כי הזוויות החדות הנוצרות מחיתוך הישרים הן זוויות שוות (ראה Z מודגש). לפיכך, $\sphericalangle DEF = \sphericalangle EAB = \alpha$. כמו כן נתון כי הישר EA מאונך לישר DB, ולכן $\sphericalangle DFE = 90°$. כעת, ניתן להשלים את הזוויות במשולש DFE ל-180°.

$$25 + 90 + \alpha = 180$$
$$115 + \alpha = 180$$
$$\alpha = 65$$



דרך ב' – השלמת זוויות

תחילה, נתמקד במשולש DCB. נתונים לנו הגדלים של שתי זוויות במשולש זה ולכן ניתן למצוא את ערכה של הזווית השלישית.

$$25 + 90 + \sphericalangle DBC = 180$$
$$\sphericalangle DBC = 65$$

כעת, נשים לב כי זווית זו וזווית ∢DBA מרכיבות יחד זווית ישרה. נחשב את גודל זווית ∢DBA:

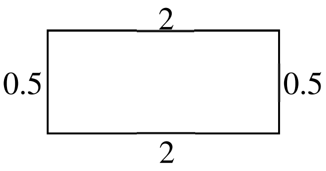
$$65 + \sphericalangle DBC = 90$$
$$\sphericalangle DBC = 25$$

כמו כן, נתון כי הישר EA מאונך לישר DB, ולכן $\sphericalangle BFA = 90°$. כעת, ניתן להשלים את הזוויות במשולש AFB ל-180°.

$$25 + 90 + \alpha = 180$$
$$115 + \alpha = 180$$
$$\alpha = 65$$

13. תשובה (1) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.

בהיעדר סרטוט מייצג, נסרטט למען הנוחות.
במלבן הנתון צלע שאורכה 2 ס״מ. לפיכך, גם הצלע הנגדית לה שווה 2 ס״מ.
סכום שתי הצלעות הנ״ל הוא 4, וידוע שהיקף המלבן שווה 5 ס״מ, כלומר חסר עוד 1 ס״מ.
מתוך כך, שתי הצלעות הנוספות צריכות להיות באורך 0.5 ס״מ כל אחת.



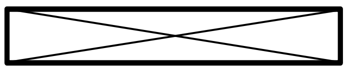
עתה, כשמצאנו את אורכי הצלעות נוכל לחשב את שטח המלבן. שטח המלבן שווה למכפלת אורך המלבן ברוחבו.
$2 \cdot 0.5 = 1$

---

14. תשובה (2) נכונה. שאלה 4 מתוך 20 בפרק.

כדי לענות על שאלה זו עלינו להכיר את תכונות המרובעים. האלכסונים בריבוע, במעוין ובדלתון אכן מאונכים זה לזה. לעומת זאת, אלכסוני המלבן אינם מאונכים זה לזה (אלא אם כן הוא ריבוע).

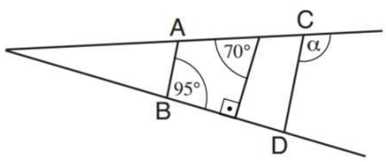
אם איננו לא זוכרים את תכונות המרובעים, ניתן לסרטט בצד את הצורות ולהקצין אותן:



קל לראות שבמלבן הזה, לדוגמה, האלכסונים אינם מאונכים.

---

15. תשובה (1) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.

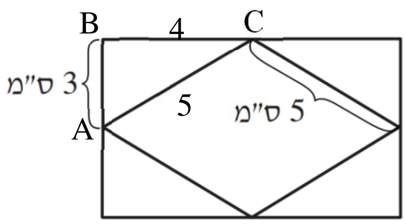


עלינו לחשב את גודלה של α. נתון כי $AB \parallel CD$. נתמקד במרובע, שכן מרבית הנתונים מרוכזים בתוכו. זווית $\measuredangle BAC$ היא זווית מתאימה ל-α בין המקבילים AB ו-CD. לכן, $\measuredangle BAC = \alpha$.
כעת, ניתן לחשב את גודלה של α באמצעות סכום זוויות במרובע:

$95° + 70° + 90° + \alpha = 360°$
$\alpha = 105°$

---

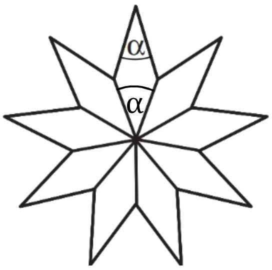
16. תשובה (1) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



למען נוחות ההסבר נסמן את קודקודי המשולש באותיות כמצוין בסרטוט.
כידוע, במלבן כל הזוויות בנות 90°. לכן, נוצרו 4 משולשים ישרי זווית. נתמקד במשולש ABC. כיוון שבמעוין כל הצלעות שוות, אורך היתר במשולש הוא 5 ס״מ. כמו כן, נתון שאורך אחד הניצבים 3 ס״מ.
לפי השלשה הפיתגורית המוכרת 3, 4, 5, אורכו של הניצב הנותר הוא 4 ס״מ.
כיוון שקודקודי המעוין נמצאים על מרכזי צלעות המלבן, אורך המלבן הוא 8 ס״מ ($2 \cdot 4$) ורוחבו 6 ס״מ ($2 \cdot 3$).
נחשב את ההיקף:

$2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 = 16 + 12 = 28$

17. תשובה (4) נכונה. שאלה 6 מתוך 20 בפרק.



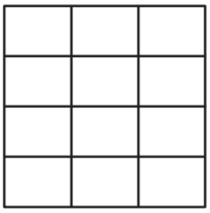
בסרטוט ישנם 9 מעוינים חופפים הנפגשים בנקודה אחת. בנקודה זו נפגשות 9 זוויות של המעוינים, אשר יחד מרכיבות זווית שלמה של $360°$. כידוע, זוויות נגדיות במעוין שוות ועל כן גודלה של כל אחת מ-9 הזוויות הוא α. נבטא קשר זה באמצעות משוואה:

$$9\alpha = 360$$
$$\alpha = 40°$$

---

18. תשובה (4) נכונה. שאלה 7 מתוך 20 בפרק.

היקף הקיבוע שלפנינו 16 ס"מ. לפיכך, אורכה של כל צלע הוא 4 ס"מ $\left(\frac{16}{4}\right)$. כדי לקבוע מה היקפו של כל מלבן, נמצא את אורכו ואת רוחבו.



<u>אורך המלבן:</u> בצלע הריבוע האופקית נכנסים 3 מלבנים זהים. לפיכך, אורך כל מלבן הוא $1\frac{1}{3}$ ס"מ $\left(\frac{4}{3}\right)$.

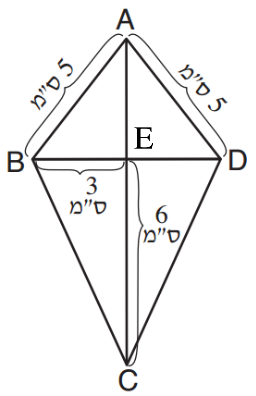
<u>רוחב המלבן:</u> בצלע הריבוע האנכית נכנסים 4 מלבנים זהים. לפיכך, רוחב כל מלבן הוא 1 ס"מ $\left(\frac{4}{4}\right)$.

נחשב את היקף המלבן:

$$1 \cdot 2 + 1\frac{1}{3} \cdot 2 = 2 + 2\frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$$

---

19. תשובה (3) נכונה. שאלה 7 מתוך 20 בפרק.



אנו מתבקשים למצוא את שטח הדלתון ABCD. כדי למצוא שטח דלתון, עלינו לדעת מה אורכי אלכסוניו. למען נוחות ההסבר, נסמן את נקודת מפגש האלכסונים באות E.

תחילה נתמקד באלכסון BD. בדלתון, האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני. לפיכך: $BE = ED = 3$. מכאן שאורך אלכסון BD הוא 6 ס"מ $(3 + 3)$.

כעת נתמקד באלכסון AC. ידוע אורכו של חלק ממנו, $CE = 6$. נמצא את אורך AE. קטע AE הוא חלק ממשולש ישר זווית BEA (משולש זה ישר זווית שכן אלכסוני הדלתון מאונכים זה לזה). ידוע האורך של שתיים מצלעות המשולש: $AB = 5$, $BE = 3$. נזהה כי מדובר בשלשה פתגורית מוכרת ולכן $AE = 4$. לפיכך נקבל:

$$AC = AE + EC = 4 + 6 = 10$$

משמצאנו את אורכי האלכסונים, ניתן לחשב את שטחו של הדלתון. שטח דלתון שווה למחצית מכפלת אלכסוניו:

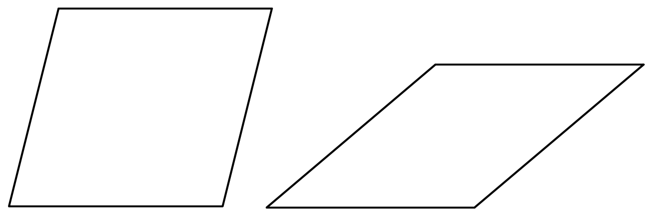
$$\frac{10 \cdot 6}{2} = 30$$

20. תשובה (1) נכונה. שאלה 14 מתוך 20 בפרק.

נבין את טענותיהם של השניים ונקבע האם הן נכונות או לא.

עינב טוענת שאם תדע מה היקפו של ריבוע, היא תוכל לחשב את שטחו. כדי לחשב שטח ריבוע, עלינו לדעת מה אורך צלעו. ניתן לחשב זאת מהיקף הריבוע, אשר שווה לסכומן של 4 צלעות. כלומר, עינב צודקת.

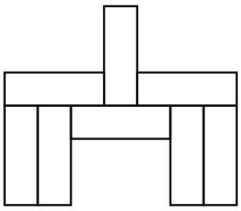
ארז טוען שאם יידע את היקף המעוין, הוא יוכל לחשב את שטחו. בדומה לצלע הריבוע, גם את צלע המעוין ניתן לחשב מההיקף, שכן כל צלעות המעוין שוות זו לזו ומכאן שחלוקת ההיקף ב-4 תיתן את אורך צלעו. עם זאת, לא ניתן לחשב את שטח המעוין באמצעות אורך צלעו. עלינו לדעת מה אורכי האלכסונים לשם כך, או את אורך הגובה לאחת הצלעות. כמו כן, ייתכנו מעוינים בעלי שטחים שונים שהיקפיהם זהים, באופן הבא:



כלומר, ארז טועה.

מרובעים - תרגול שאלות מבחינות אמת

.1 כל שמונת המלבנים שבסרטוט חופפים.
ידוע שרוחבו של כל מלבן הוא 1 ס"מ.
מה אורכו של כל מלבן (בס"מ)?



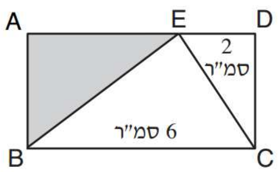
(1) $3\frac{1}{2}$

(2) $2\frac{2}{3}$

(3) 3

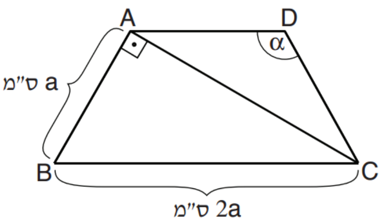
(4) 4

.2 בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן ו-E היא נקודה על AD.
שטח המשולש BCE הוא 6 סמ"ר.
שטח המשולש ECD הוא 2 סמ"ר.
מה שטח המשולש הכהה ABE (בסמ"ר)?



(1) 6
(2) 2
(3) 3
(4) 4

.3 ABCD הוא טרפז שווה שוקיים (AB = CD).
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
$\alpha = ?$

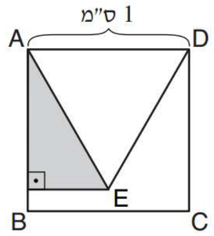


(1) $90°$
(2) $105°$
(3) $120°$
(4) $135°$

פתרתי ______________ שאלות ב ______________ דקות, ______________ תשובות נכונות

4. ABCD הוא ריבוע. E היא נקודה פנימית כך ש-AED הוא משולש שווה צלעות.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?



(1) $\frac{3\sqrt{2}}{16}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

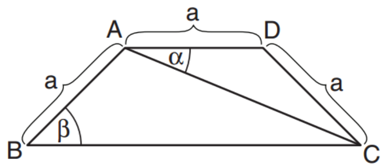
(3) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

---

5. בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים (AB = DC).

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
$\beta = ?$



(1) $\alpha + 45^\circ$

(2) 2α

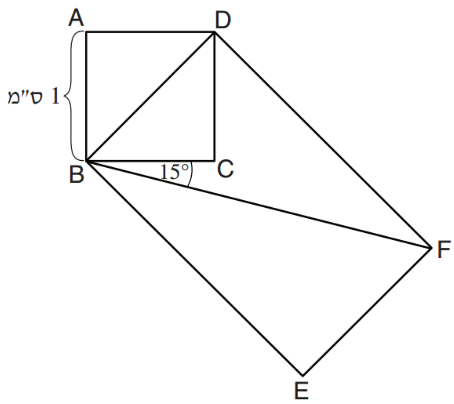
(3) $180^\circ - 2\alpha$

(4) $\alpha + 60^\circ$

---

6. נתון: ABCD הוא ריבוע.
BEFD הוא מלבן.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה אורך האלכסון BF (בס"מ)?



(1) $2\sqrt{2}$

(2) 2

(3) $\sqrt{3}$

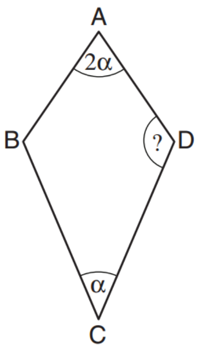
(4) $2\sqrt{3}$

פתרתי ____________ שאלות ב ____________ דקות, ____________ תשובות נכונות

.7 בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$\measuredangle ADC = ?$



(1) $180° - \frac{3}{2}\alpha$

(2) $360° - \frac{3}{2}\alpha$

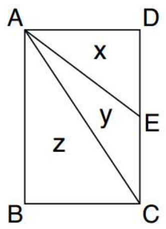
(3) $180° - 3\alpha$

(4) $360° - 3\alpha$

.8 בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD. x הוא שטח המשולש AED, y שטח המשולש ACE, ו-z שטח המשולש ABC.

נתון: DE = EC

למה שווה היחס x : y : z ?



(1) 1 : 1 : 2

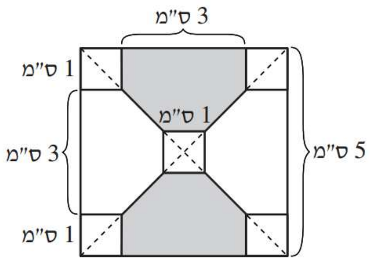
(2) 1 : 2 : 4

(3) 2 : 1 : 4

(4) 3 : 2 : 5

.9 בריבוע שאורך צלעו 5 ס"מ סורטטו 5 ריבועים קטנים שאורך צלעם 1 ס"מ.
אלכסוני הריבוע הגדול עוברים בקדקודי הריבועים הקטנים, כמתואר בסרטוט.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה סכום השטחים הכהים (בסמ"ר)?



(1) 12

(2) 10

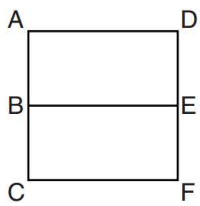
(3) 8

(4) 4

.10 בסרטוט שלפניכם שני מלבנים חופפים, ABED ו-BCFE, המרכיבים את הריבוע ACFD.

נתון: היקף כל אחד מהמלבנים הוא 120 ס"מ.

מה היקפו של הריבוע (בס"מ)?



(1) 140

(2) 160

(3) 180

(4) 200

פתרתי ______________ שאלות ב ______________ דקות, ______________ תשובות נכונות

.11 מרובע מסוים הוא גם מקבילית וגם דלתון.

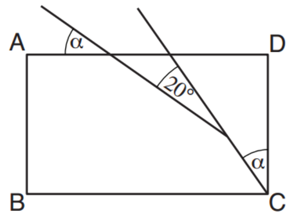
איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

(1) כל הזוויות במרובע שוות זו לזו
(2) לא כל הזוויות במרובע שוות זו לזו
(3) כל הצלעות במרובע שוות זו לזו
(4) לא כל הצלעות במרובע שוות זו לזו

.12 בסרטוט שלפניך ABCD הוא מלבן.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$

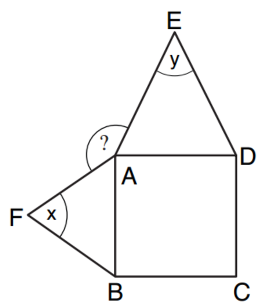


(1) $60°$
(2) $35°$
(3) $30°$
(4) $45°$

.13 בסרטוט שלפניכם ABCD הוא ריבוע.

נתון: $EA = ED$, $FB = FA$,
$\sphericalangle AED = y$, $\sphericalangle BFA = x$

$\sphericalangle FAE = ?$



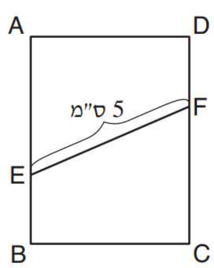
(1) $90° + \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$
(2) $360° - x - y$
(3) $180° + x + y$
(4) $180° + \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$

.14 בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD שהיקפו 22 ס"מ.

נתון: $BE = DF$

לפי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

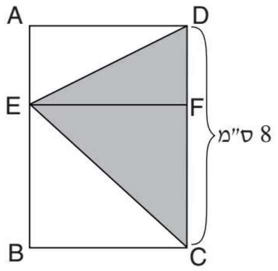
מה היקף המרובע AEFD (בס"מ)?



(1) 11
(2) 12
(3) 16
(4) 17

.15 בסרטוט שלפניכם הישר EF מחלק את המלבן ABCD לשני מלבנים.
סכום היקפי המלבנים AEFD ו-EBCF גדול ב-6 ס"מ מהיקף המלבן ABCD.

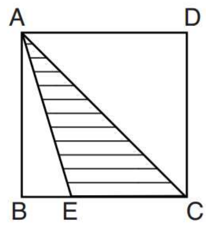
לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה שטח המשולש הכהה (בסמ"ר)?



(1) 12
(2) 18
(3) 22
(4) 28

.16 בסרטוט שלפניכם ריבוע ABCD. גודל השטח המקווקו הוא 12 סמ"ר,
שהם $\frac{1}{3}$ משטח הריבוע.

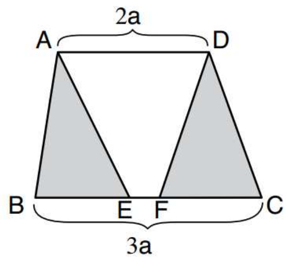
על פי נתונים אלה, מה אורך הקטע BE (בס"מ)?



(1) 1.5
(2) 2
(3) 3
(4) 4.5

.17 בטרפז ABCD חסום הטרפז AEFD (ראו סרטוט).
נתון: $AD = 2a$, $BC = 3a$

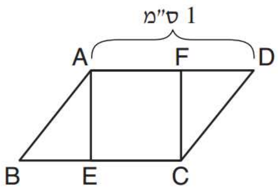
אם שטח הטרפז AEFD שווה לסכום שטחי המשולשים הכהים,
אורך הקטע EF הוא -



(1) a
(2) $\frac{1}{2}a$
(3) $\frac{2}{3}a$
(4) $\frac{3}{2}a$

.18 נתונים מקבילית ABCD וריבוע AECF.
שטח המקבילית כפול משטח הריבוע.

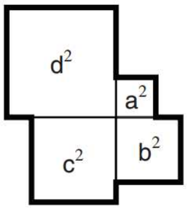
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה אורך הצלע AE (בס"מ)?



(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

---

19. 4 ריבועים מונחים זה ליד זה כבסרטוט, שטח כל ריבוע רשום בתוכו.
נתון: $a < b < c < d$



מה היקף הצורה שהתקבלה (הקו העבה בסרטוט)?

(1) $4a + 4b + c + d$

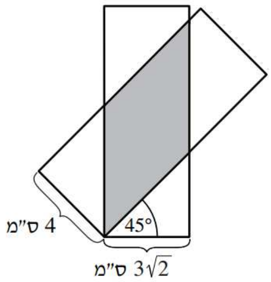
(2) $2a + 2b + 2c + 2d$

(3) $3a + \frac{3}{2}c + 3d$

(4) $2b + 2c + 4d$

---

20. בסרטוט שלפניכם שני מלבנים שנחתכים ביניהם בזווית של $45°$ ויוצרים מקבילית (השטח הכהה בסרטוט).



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה שטח המקבילית שנוצרה (בסמ"ר)?

(1) 12

(2) $12\sqrt{2}$

(3) 18

(4) 24

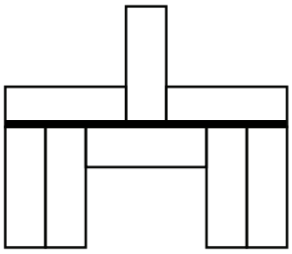
תשובות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	3	4	3	3	2	1	1	1	2	2

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	3	2	1	3	1	2	2	2	4	4

פתרתי 20 שאלות - ______________ נכונות, ______________ אחוזי הצלחה

.1 תשובה (3) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.



נסמן את אורך המלבן ב-x. ניתן לבטא את אורך הקטע שהודגש בסרטוט בשתי דרכים.

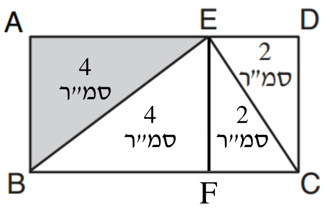
לפי החלק העליון של הסרטוט – $x + 1 + x$

לפי החלק התחתון של הסרטוט – $2 + x + 2$

כעת ניתן להשוות בין שני הביטויים ולחלץ את x:

$x + 1 + x = 2 + x + 2$
$2x + 1 = x + 4$
$x = 3$

.2 תשובה (4) נכונה. שאלה 2 מתוך 20 בפרק.

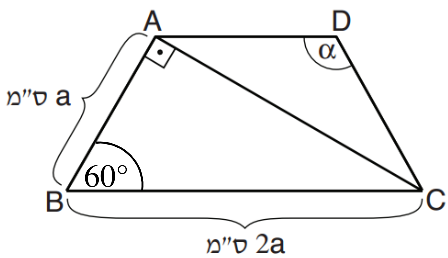


אנו מתבקשים לקבוע מה שטח המשולש הכהה ABE. נעביר גובה מנקודה E לצלע BC. גובה זה מחלק את המלבן לשני מלבנים. בתוך כל מלבן משורטט אלכסון. כידוע, אלכסון במלבן מחלק אותו לשני משולשים שווי-שטח. על כן, שטח משולש EDC שווה לשטח משולש EFC (2 סמ"ר).

לפיכך, שטח משולש BFE הוא 4 סמ"ר (2 – 6), ומכיוון שאלכסון BE מחלק את מלבן ABFE לשני משולשים שווי-שטח, נוכל להסיק ששטח משולש BAE הוא 4 סמ"ר.

טיפ: כאשר מופיעות צורות כהות, פעמים רבות ניתן להיעזר בחיסור ובחיבור שטחים.

.3 תשובה (3) נכונה. שאלה 7 מתוך 20 בפרק.



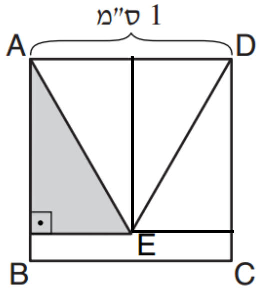
עלינו למצוא את גודלה של α. נתמקד במשולש ישר הזווית ABC, מפני שכל הנתונים מרוכזים בתוכו. במשולש ישר זווית זה, היתר גדול פי 2 מאחד הניצבים, ולפיכך הוא משולש זהב. זווית ∢ACB בת 30° מפני שהיא נמצאת מול הניצב הקטן (ששווה לחצי מהיתר), וזווית ∢B בת 60°.

בטרפז שווה-שוקיים סכום זוויות נגדיות הוא 180°.

לכן זווית α תשלים את הזווית ∢B ל-180°: $180° – 60° = 120°$

---

4. תשובה (3) נכונה. שאלה 9 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – יחסי שטחים

נעביר גובה במשולש שווה צלעות AED. כמו כן, נמשיך את ניצב המשולש האפור עד לצלע CD. נוצרו 4 משולשים חופפים ששניים מהם מרכיבים משולש שווה-צלעות.

טיפ: בשאלה זו ניתן לסמוך על אמינות הסרטוט ואין צורך להוכיח שהמשולשים חופפים. הגורמים המחזקים את אמינות הסרטוט הם נוכחות הצורות המשוכללות, מיקום השאלה בפרק וכן היעדר תשובה המטילה ספק באמינותו (כגון "אף תשובה אינה נכונה").

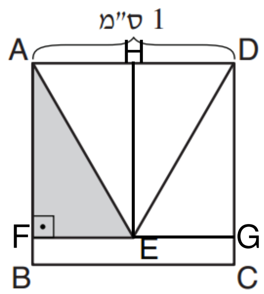
נסמן את השטח הכהה ב-x. לפיכך, שטח משולש AED הוא 2x.

נשווה לשטח משולש שווה צלעות בעל צלע באורך 1:

$$\frac{1^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4} \quad\Rightarrow\quad 2x=\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$x=\frac{\sqrt{3}}{8}$$

דרך ב' – חישוב מלא



למען נוחות ההסבר, נסמן את הנקודות באותיות כמתואר בסרטוט. כדי לחשב את שטח המשולש, נמצא את אורכי ניצביו: תחילה נמצא את אורכה של צלע FE. כאמור, משולש AFE חופף למשולש DGE. לכן, $FE = EG \;\Leftarrow\; FE=\frac{1}{2}$.

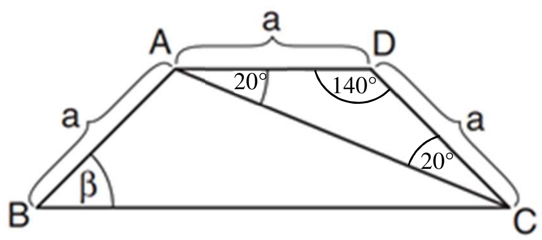
כעת נמצא את אורכה של צלע AF. נתמקד במשולש AFE. $\measuredangle DAE = 60°$, $\measuredangle FAD = 90° \;\Leftarrow\; \measuredangle FAE = 30°$.

כלומר, משולש AFE הוא משולש זהב. באמצעות יחס הצלעות במשולש זהב נוכל למצוא את אורכו של גובה AF. כאמור, $FE=\frac{1}{2}$. במשולש זהב הניצב הארוך גדול פי $\sqrt{3}$ מהניצב הקצר $\Leftarrow\; AF=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

משמצאנו את אורכי הניצבים במשולש AFE, ניתן לחשב את שטחו:

$$\frac{AF\cdot FE}{2}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{8}$$

.5 תשובה (2) נכונה. שאלה 10 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הצבת מספרים

מכיוון שיש נעלמים בתשובות, אנו יכולים להציב מספרים במקום כל הנעלמים המופיעים בהן. בנוסף, לא כדאי להציב מספרים שכיחים כגון $30°$, $60°$, $90°$ מחשש לקבל מספר תשובות נכונות.

נציב $\alpha = 20°$ ונמצא את ערכה של β.

נתמקד במשולש ADC. משולש זה שווה-שוקיים ועל כן גם זווית הבסיס $\measuredangle ACD$ שווה $20°$. זווית הראש משלימה את זוויות הבסיס ל-$180°$ ולפיכך ערכה $140°$ ($180 - 20 - 20 = 140$).

כעת נתבונן בטרפז. כידוע, טרפז זה שווה-שוקיים. בטרפז שווה-שוקיים סכום זוויות נגדיות הוא $180°$:

$$\measuredangle ABC + \measuredangle ADC = 180 \;\Rightarrow\; \beta + 140 = 180 \;\Rightarrow\; \beta = 40°$$

כעת, נציב גם בתשובות $\alpha = 20°$, ונחפש תשובה השווה ל-40. נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספרים, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

(1) $\alpha + 45 \;\Rightarrow\; 20 + 45 = 65 \;\Rightarrow$ לא מתאים, התשובה נפסלת.

שימו לב שניתן לפסול תשובה זו עוד בטרם ההצבה; התשובה צריכה להיות $40°$, ובמקרה זה עוד לפני ההצבה התשובה עולה על $40°$. הוספת α בהכרח תגדיל אותה אף יותר.

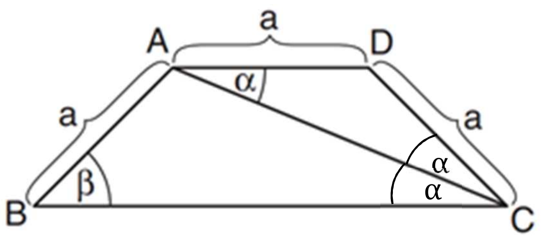
(2) $2\alpha \;\Rightarrow\; 2 \cdot 20 = 40 \;\Rightarrow$ **מתאים.**

(3) $180 - 2\alpha \;\Rightarrow\; 180 - 2 \cdot 20 = 140 \;\Rightarrow$ לא מתאים, התשובה נפסלת.

(4) $\alpha + 60 \;\Rightarrow\; 20 + 60 = 80 \;\Rightarrow$ לא מתאים, התשובה נפסלת.

בדומה לתשובה (1), גם את התשובה הזו אנו יכולים לפסול מבלי להציב. 60 גדול מהתשובה הדרושה ולפיכך $60 + \alpha$ בהכרח גדול יותר מהתשובה.

פסלנו 3 תשובות ועל כן תשובה (2) נכונה.



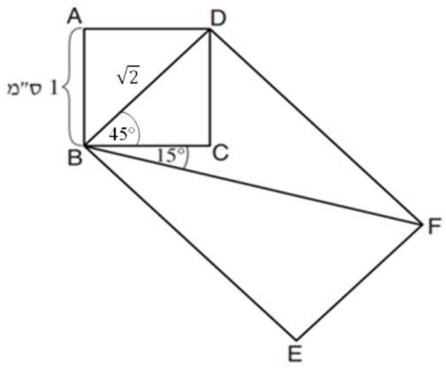
דרך ב' – פתרון גיאומטרי

משולש ADC הוא שווה-שוקיים ועל כן זוויות הבסיס שלו שוות. משמע, זווית $\measuredangle ACD$ שווה α. כמו כן, ידוע לנו שצלע AD מקבילה לצלע BC ולפיכך הזוויות המתחלפות שבין המקבילים שוות. כלומר, גם זווית $\measuredangle ACB$ שווה לזווית $\measuredangle CAD$.

נתבונן בטרפז. זוויות הבסיס בטרפז שווה שוקיים שוות:

$$\measuredangle ABC = \measuredangle DCB \;\Rightarrow\; \beta = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

6. תשובה (1) נכונה. שאלה 10 מתוך 20 בפרק.

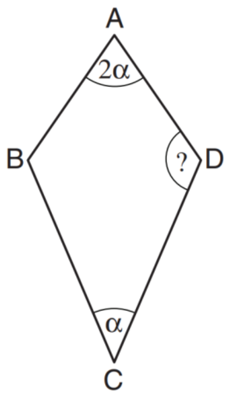


נתחיל בהשלמת הזוויות הידועות לנו. $\sphericalangle CBD$ ו- $\sphericalangle ABD$ שוות ל-$45°$ משום שאלכסון הריבוע הוא חוצה זוויות. לפיכך, גודלה של $\sphericalangle DBF$ שווה ל-$60°$ $(15 + 45)$.
מתוך כך נבין שמשולש DBF הוא משולש זהב – משולש בעל זווית ישרה ($\sphericalangle BDF$ היא אחת מזוויות המלבן) וזווית בת $60°$.
אנו נדרשים לחשב את היתר שלו – BF.

כדי לחשב את היתר נמצא את אורך הניצב הקטן BD. הניצב BD במשולש BDF הוא למעשה היתר במשולש ABD. משולש זה הוא משולש כסף משום שהוא נוצר מהעברת אלכסון הריבוע.
נתון שאורך הניצב AB הוא 1 ולכן היתר BD הוא $\sqrt{2}$ (במשולש כסף אורך היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מהניצב). עתה, כשידוע לנו אורך הניצב BD נוכל לחשב את אורך היתר BF. במשולש זהב, היתר גדול פי 2 מהניצב הקטן, לכן אורך היתר שווה ל-$2\sqrt{2}$ (גדול פי 2 מהניצב BD).

---

7. תשובה (1) נכונה. שאלה 10 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הצבת מספרים
עלינו לבטא את זווית $\sphericalangle ADC$ באמצעות α, ולכן ניתן להציב מספר במקום α. נציב לדוגמה $\alpha = 20°$, מכאן שזווית $\sphericalangle BCD$ שווה $20°$, וזווית $\sphericalangle BAD$, 2α, שווה ל-$40°$.
כידוע, סכום זוויות במרובע הוא $360°$. כיוון שסכום זוויות $\sphericalangle BAD$ ו-$\sphericalangle BCD$ הוא $60°$ $(20 + 40)$, סכום שתי הזוויות האחרות הוא $300°$. בדלתון, שתי הזוויות הצדדיות שוות. כלומר, כל אחת מהן שווה $150°$. נציב $\alpha = 20°$ בתשובות ונפסול כל תשובה שלא שווה ל-150:

כעת, נציב גם בתשובות $\alpha = 20°$, ונחפש תשובה השווה ל-150. נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספרים, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

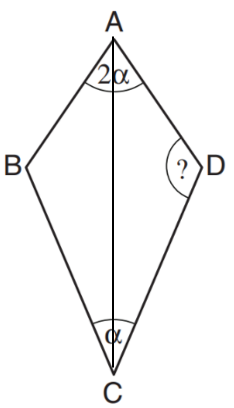
(1) $180 - \frac{3 \cdot 20}{2} = 180 - 30 = 150$ $\Rightarrow$ **מתאים.**

(2) $360 - \frac{3 \cdot 20}{2} = 360 - 30 = 330$ $\Rightarrow$ לא מתאים, התשובה נפסלת.

(3) $180 - 3 \cdot 20 = 180 - 60 = 120$ $\Rightarrow$ לא מתאים, התשובה נפסלת.

(4) $360 - 3 \cdot 20 = 360 - 60 = 300$ $\Rightarrow$ לא מתאים, התשובה נפסלת.

פסלנו 3 תשובות ועל כן תשובה (1) נכונה.

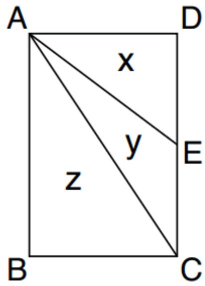


דרך ב' – פתרון מתמטי
נעביר את האלכסון הראשי AC. האלכסון הראשי חוצה את זוויות הראש, ולכן זווית $\sphericalangle CAD$ שווה α , וזווית $\sphericalangle ACD$ שווה $\frac{\alpha}{2}$.

נתמקד במשולש CAD:
סכום הזוויות במשולש הוא $180°$. זווית $\sphericalangle ADC$ משלימה לסכום זה, ולכן:

$$\sphericalangle ADC = 180 - \alpha - \frac{\alpha}{2} = 180 - \frac{3}{2}\alpha$$

.8 תשובה (1) נכונה. שאלה 10 מתוך 20 בפרק.



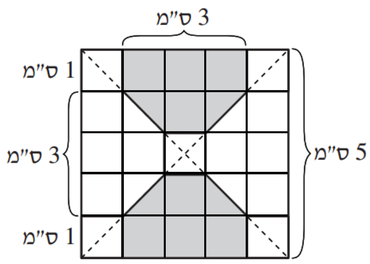
אנו מתבקשים לקבוע מה היחס בין השטחים המסומנים בסרטוט. תחילה, נתמקד ב-x ו-y. למשולשים AED ו-ACE צלעות שוות – DE = EC. כמו כן, הגובה לצלעות הללו זהה (AD). אם גם הבסיסים וגם הגבהים של המשולשים הללו שווים, הרי שגם השטחים שלהם שווים ⇐ $x = y$.

כעת נתבונן במשולש ABC ששטחו z. ידוע לנו שאלכסון במלבן מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח, לכן שטחו של משולש ABC שווה לשטחו של משולש ADC, ששווה $x + y$ ⇐ $2x$. לכן $z = 2x$.

כעת נבטא את היחס באמצעות x בלבד, במטרה לצמצם אותו ולהיוותר עם מספרים כמבוקש:

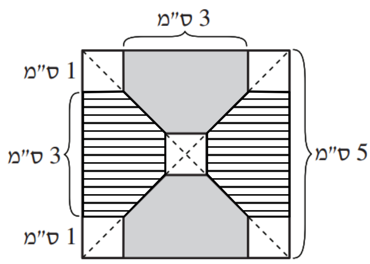
$x : y : z \;\Rightarrow\; x : x : 2x = 1 : 1 : 2$

.9 תשובה (2) נכונה. שאלה 13 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – חלוקה לשטחים
עלינו לקבוע מה סכום השטחים הכהים שבסרטוט. מפני שהצורות אינן מוכרות והשטחים לא נראים קלים לחישוב, נחפש דרך אחרת. ניתן לחלק את הריבוע הגדול לריבועים קטנים שצלעם 1 ס"מ ושטחם 1 סמ"ר. נמנה כמה ריבועים כאלה מרכיבים את הצורות הכהות. בסך הכל יש 8 ריבועים קטנים ו-4 חצאי ריבועים קטנים. בסך הכל 10 סמ"ר.

דרך ב' – חיסור שטחים
נשים לב כי הסרטוט סימטרי. שתי הצורות הכהות שבסרטוט חופפות לשתי הצורות הבהירות (מקווקוות בסרטוט שמשמאל).

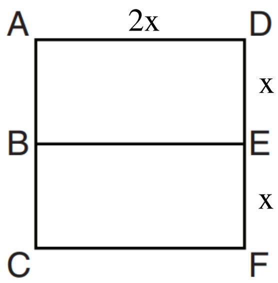


טיפ: כאשר מופיעות צורות כהות, פעמים רבות ניתן להיעזר בחיסור ובחיבור שטחים.

שטח הריבוע הגדול מורכב מ-4 צורות חופפות ומ-5 ריבועים קטנים ששטחם 1 סמ"ר (1^2). נפחית את שטחם של 5 הריבועים הקטנים משטח הריבוע הגדול (5^2), וכך נמצא את סכום שטחיהן של 4 הצורות: $25 - 5 = 20$

אם סכום שטחי 4 הצורות הוא 20 סמ"ר, הרי שסכום שטחיהן של 2 צורות הוא 10 סמ"ר (גודלה של כל אחת הוא 5 סמ"ר).

10. תשובה (2) נכונה. שאלה 13 מתוך 20 בפרק.



נתונים שני מלבנים חופפים המרכיבים ביחד ריבוע. כמו כן, נתון שהיקפו של כל מלבן הוא 120 ס״מ. על מנת למצוא את היקפו של הריבוע, ננסה לקשר בינו לבין המלבן.

נתבונן בצלעות המלבן. צלעו הארוכה של המלבן שווה לצלע הריבוע. כלומר, היקף המלבן שווה ל-2 צלעות הריבוע ועוד 2 צלעות קצרות.

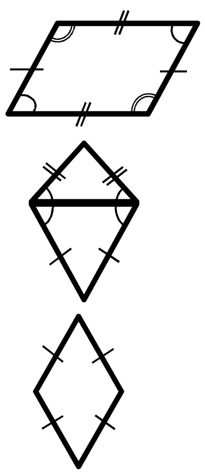
כעת נחפש קשר בין צלעו הקצרה של המלבן לצלע הריבוע:
צלעות DE ו-EF שוות ושתיהן יחדיו מרכיבות את צלע הריבוע. נציב x בתור צלע המלבן הקצרה. מכאן, שצלע הריבוע שווה 2x וכן צלעו הארוכה של המלבן שווה 2x. נבטא את היקף המלבן באמצעות משוואה:

$x + 2x + x + 2x = 120$
$6x = 120$
$x = 20$

היקף הריבוע מורכב מ-4 צלעות שכל אחת מהן שווה 2x, ובסך הכול – 8x. נציב את ערך x שמצאנו:
$8 \cdot 20 = 160$

---

11. תשובה (3) נכונה. שאלה 13 מתוך 20 בפרק.



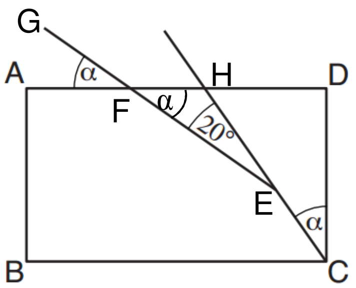
מרובע מסוים הוא גם מקבילית וגם דלתון. נשתמש בתכונות המרובעים:
מקבילית היא מרובע בעל שני זוגות של **צלעות נגדיות שוות**, וכן שני זוגות של זוויות נגדיות שוות.
דלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים שהוצמדו זה לזה בבסיסם. לכן, יש לו שני זוגות של **צלעות סמוכות שוות** – השוקיים של כל משולש, וכן זוג אחד זוויות נגדיות שוות – אלה שמורכבות מזוויות הבסיס של כל אחד מהמשולשים.

<u>צלעות</u>: ניתן להסיק שמשום שבמרובע זה גם הצלעות הנגדיות שוות וגם הצלעות הסמוכות שוות, כל ארבע צלעותיו שוות זו לזו. כמו כן, אפשר לזכור שמקבילית שבה זוג צלעות סמוכות שוות היא לפחות מעוין (כלומר בוודאות כל צלעותיה שוות). **תשובה (3) נכונה.**

למען שלמות ההסבר, נסביר מדוע לא ניתן לקבוע האם כל הזוויות במרובע שוות זו לזו:

<u>זוויות</u>: אנו יודעים שהזוויות הנגדיות במרובע זה שוות זו לזו, אך לא ניתן לדעת האם גם הסמוכות שוות. המרובע שהתקבל, כאמור, יכול להיות מעוין, ובמצב כזה לא כל הזוויות שוות זו לזו; אך הוא יכול להיות גם ריבוע, ואז כל הזוויות כן תהיינה שוות.

.12 תשובה (2) נכונה. שאלה 14 מתוך 20 בפרק.



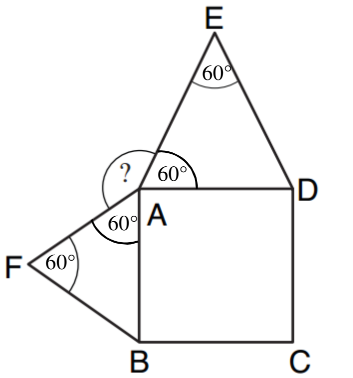
עלינו לקבוע מה גודלה של α. לשם כך, נשאף להעביר את כל הנתונים לתוך גודל מוכר. למען נוחות ההסבר, נסמן את הנקודות כמתואר בסרטוט.

תחילה נתמקד במשולש EFH. הזוויות ∡EFH ו-∡AFG הן קודקודיות ולכן $\measuredangle EFH = \alpha$. ידוע לנו גודלה של זווית ∡FEH, אולם זה עדיין לא מספיק כדי לחלץ את α. לפיכך, נבחן את משולש CDH.

זווית ∡DHC היא זווית חיצונית למשולש EFH ולכן היא שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה ⇐ $\measuredangle DHC = \alpha + 20°$. ידוע לנו גודלה של זווית ∡HCD. כמו כן, זווית ∡CDH היא ישרה מפני ש-D קדקוד במלבן.
כעת, משמצאנו את גודלן של שלוש הזוויות במשולש, ניתן לבנות משוואה המתארת את סכום הזוויות ולחלץ את α:

$90° + \alpha + \alpha + 20° = 180°$
$2\alpha = 70°$
$\alpha = 35°$

.13 תשובה (1) נכונה. שאלה 15 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הצבת מספרים
עלינו למצוא את גודלה של זווית ∡FAE. ננסה לקשר אותה לגודל מוכר.
זווית זו היא חלק מזווית עגולה ∡A (בת 360°). הזווית העגולה מורכבת מזווית ישרה ∡BAD, מהזווית המבוקשת ∡FAE, ומזוויות בסיס של משולשים שווי-שוקיים. תחילה, נמצא את הגדלים של זוויות הבסיס. נציב מספרים נוחים במקום הנעלמים: $x = 60°$, $y = 60°$.

משולשים AED ו-BFA הם משולשים שווי-שוקיים. מפני שזווית הראש שלהם בת 60°, הרי שכל זוויותיהם בנות 60° $\left(\frac{180°-60°}{2}\right)$.

כעת ניתן לחשב את גודלה של הזווית המבוקשת:

$\measuredangle FAE + 60° + 90° + 60° = 360°$

נסדר אגפים:

$\measuredangle FAE = 150°$

כעת, נציב גם בתשובות $x = 60°$, $y = 60°$, ונחפש תשובה השווה ל-150°. נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספרים במקום הנעלמים, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

(1) $90° + \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \Rightarrow 90° + \frac{60°}{2} + \frac{60°}{2} = 150°$ ⇐ **מתאים**

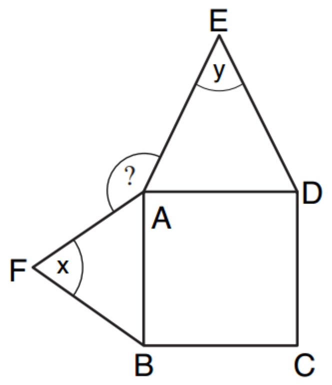
(2) $360° - x - y \Rightarrow 360° - 60° - 60° = 240°$ ⇐ לא מתאים, התשובה נפסלת

(3) $360° + x + y \Rightarrow 360° + 60° + 60° = 480°$ ⇐ לא מתאים, התשובה נפסלת

(4) $180° + \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \Rightarrow 180° + \frac{60°}{2} + \frac{60°}{2} = 240°$ ⇐ לא מתאים, התשובה נפסלת

פסלנו 3 תשובות ועל כן תשובה (1) נכונה.

דרך ב' – פתרון גיאומטרי



כאמור, ניתן למצוא את גודלה של זווית $\measuredangle FAE$ באמצעות היותה חלק מזווית עגולה $\measuredangle A$. זווית זו מורכבת מזווית ישרה $\measuredangle BAD$, מהזווית המבוקשת $\measuredangle FAE$, ומזוויות בסיס של משולשים שווי-שוקיים. לפיכך, אם נמצא את הגדלים של זוויות הבסיס, נוכל למצוא את $\measuredangle FAE$.

נתמקד במשולש AED. כאמור, משולש זה הוא שווה-שוקיים, ולכן גודלן של זוויות הבסיס במשולש זה הוא $\frac{180°-y}{2}$.

כעת נתמקד במשולש FAB. באופן דומה, גודלן של זוויות הבסיס במשולש זה הוא $\frac{180°-x}{2}$.

כעת, ניתן לבנות משוואה המתארת את גודלה של הזווית העגולה $\measuredangle A$. כאמור, זוויות זו מורכבת מהזוויות הבאות:

$$\measuredangle FAE + \frac{180° - x}{2} + 90° + \frac{180° - y}{2} = 360°$$

נסדר אגפים:

$$\measuredangle FAE = 270° - \frac{180° - x}{2} - \frac{180° - y}{2}$$

ביטוי זה אינו מופיע כך בתשובות, ולכן נפרק כל שבר:

$$\measuredangle FAE = 270° - \left(\frac{180°}{2} - \frac{x}{2}\right) - \left(\frac{180°}{2} - \frac{y}{2}\right)$$

נצמצם את השברים ונפתח סוגריים:

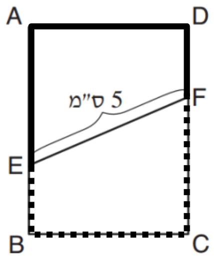
$$\measuredangle FAE = 270° - 90° + \frac{x}{2} - 90° + \frac{y}{2}$$

$$\measuredangle FAE = 90° + \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$$

14. תשובה (3) נכונה. שאלה 15 מתוך 20 בפרק.

דרך א' – סימטריה

עלינו לקבוע מה היקפו של המרובע AEFD. ידוע ש-$BE = DF$. לפיכך, היקפי שני הטרפזים שנוצרו שווים, שכן אורכי כל צלעותיהם שווים.



לשם ההבהרה של נקודה זו, נסמן $BE = DF = x$, $AB = DC = y$ (צלעות נגדיות שוות במלבן). לכן, $AE = FC = y - x$.

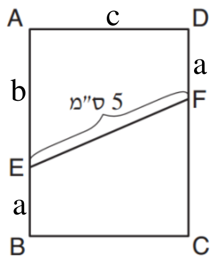
כמו כן, $AD = BC$ (צלעות נגדיות שוות במלבן). לכן כאמור, היקפי שני הטרפזים שנוצרו שווים.

על כן, ההיקף של כל טרפז מורכב ממחצית מהיקף המלבן (כפי שסומן בסרטוט בקו עבה) ומצלע EF. אנו יודעים שהיקף המלבן הוא 22 ס"מ. נחשב את היקף טרפז AEFD:

$$\frac{22}{2} + 5 = 11 + 5 = 16$$

דרך ב' – פתרון אלגברי

נסמן את צלעות המרובע AEFD באותיות a, b ו-c כמתואר בסרטוט. אנו מחפשים את היקפו. כלומר, את ערך הביטוי $a + b + c + 5$.



ידוע לנו כי היקף המלבן הוא 22 ס"מ. ניעזר בנתון זה ונבטא את היקף המלבן באמצעות הנעלמים a, b ו-c. ידוע לנו ש-$BE = DF$. כלומר, $BE = a$.

משמצאנו את אורכו ואת רוחבו של המלבן, ניתן לבטא את היקפו באמצעות הנעלמים:

$$2 \cdot c + 2 \cdot (a + b) = 2c + 2a + 2b$$

נשווה את הביטוי שלעיל ל-22. נזכור כי מטרתנו היא לבודד את הביטוי $a + b + c$:

$$2a + 2b + 2c = 22$$

נוציא גורם משותף 2:

$$2 \cdot (a + b + c) = 22$$

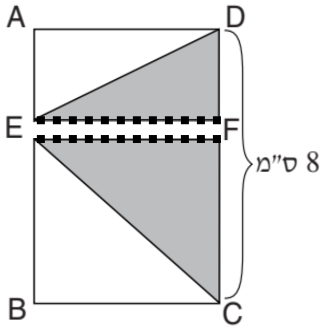
נחלק ב-2:

$$a + b + c = 11$$

נציב ערך זה בהיקף המרובע AEFD:

$$a + b + c + 5 \quad \Rightarrow \quad 11 + 5 = 16$$

15. תשובה (1) נכונה. שאלה 16 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – הבנה

נתון כי סכום היקפי שני המלבנים הקטנים AEFD ו- EBCF גדול ב-6 ס"מ מהיקף המלבן הגדול ABCD.

בהסתכלות על הסרטוט, נבין כי שני המלבנים מרכיבים ביחד את המלבן הגדול ABCD. אם כן, ממה נובע השוני בהיקפים?

כל הצלעות של המלבנים הקטנים מהוות חלק מהמלבן הגדול מלבד הצלע EF, שלמעשה מופיעה פעמיים במלבנים הקטנים – פעם אחת בכל מלבן – אך אינה מופיעה כלל במלבן הגדול.

כלומר, סכום היקפי שני המלבנים הקטנים AEFD ו- EBCF גדול יותר מהיקף המלבן הגדול ABCD בפעמיים הצלע EF, ותוספת זו גרמה לסכום זה להיות גדול יותר ב-6 ס"מ. לכן:

$$2EF = 6$$
$$EF = 3$$

EF הוא הגובה של המשולש הכהה EDC, ובסיסו נתון לנו בסרטוט (DC = 8). ניתן לחשב את שטחו על ידי הנוסחה:

$$\frac{\text{צלע} \cdot \text{גובה לצלע}}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$

דרך ב' – חישוב מלא

נתרגם את נתוני השאלה לכתיב אלגברי.

סכום היקפי שני המלבנים הוא:

$$AD + DF + EF + EA + EF + FC + BC + EB$$

ההיקף של המלבן הגדול הוא:

$$AD + DF + FC + BC + EB + EA$$

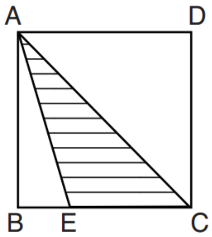
ההפרש בין שני ביטויים אלו הוא 6. נבנה משוואה המתארת קשר זה:

$$AD + DF + EF + EA + EF + FC + EB + BC - (AD + DF + FC + BC + EB + EA) = 6$$
$$AD + DF + EF + EA + EF + FC + EB + BC - AD - DF - FC - BC - EB - EA = 6$$
$$2EF = 6$$
$$EF = 3$$

EF הוא הגובה של המשולש הכהה EDC, ובסיסו נתון לנו בסרטוט (DC = 8). ניתן לחשב את שטחו על ידי הנוסחה:

$$\frac{\text{צלע} \cdot \text{גובה לצלע}}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$

16. תשובה (2) נכונה. שאלה 18 מתוך 20 בפרק.



דרך א' – יחסי שטחים

גודל השטח המקווקו הוא 12 סמ"ר, והוא שווה ל-$\frac{1}{3}$ משטח הריבוע, כלומר שטח הריבוע הוא 36 סמ"ר ($3 \cdot 12$). אלכסון AC מחלק את הריבוע לשני משולשים שווי-שטח. לפיכך, שטחו של משולש ABC הוא 18 סמ"ר $\left(\frac{36}{2}\right)$. נחסר משטח זה את השטח המקווקו ונקבל את שטחו של משולש ABE: 6 סמ"ר ($ABC - AEC = 18 - 12$).

אם שטח משולש ABE הוא 6 סמ"ר, ואילו שטח משולש ABC הוא 18 סמ"ר, הרי שמשולש ABE קטן פי 3 ממשולש ABC. נתבונן בנוסחה לחישוב שטח משולש:

$$\frac{\text{גובה} \cdot \text{בסיס}}{2}$$

הגורמים המשפיעים על שטח משולש הם אורך הבסיס ואורך הגובה לבסיס. הגבהים של שני המשולשים זהים (AB). לפיכך, הבסיס במשולש ABE (BE) קטן פי 3 מהבסיס במשולש ABC (BC).

כעת נמצא את אורך צלע הריבוע, BC. מכיוון שמצאנו כי שטח הריבוע הוא 36 סמ"ר, נוכל להסיק כי אורך צלעו 6 ס"מ $\left(\sqrt{36}\right)$. BE קטן פי 3 מ-BC, ולכן $BC = 2$ $\left(\frac{6}{3}\right)$.

דרך ב' – חישוב שטח

כאמור לעיל, שטח משולש ABE הוא 6 סמ"ר. כמו כן, ידוע לנו שאורך צלע הריבוע הוא 6 ס"מ. ניתן לבנות משוואה המתארת את שטח המשולש ולחלץ מתוכה את BE:

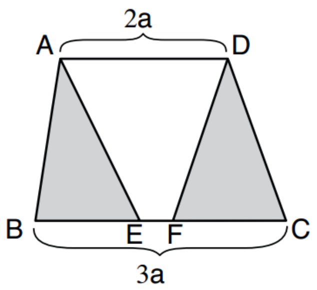
$$\frac{BE \cdot 6}{2} = 6$$

$$BE = 2$$

17. תשובה (2) נכונה. שאלה 18 מתוך 20 בפרק.

דרך א' – יחסי שטחים

עלינו לבטא את אורך קטע EF באמצעות a. נתון כי שטח טרפז AEFD שווה לסכום שטחי המשולשים הכהים. משמע, שטח הטרפז הקטן AEFD שווה למחצית משטח הטרפז הגדול ABCD (שכן החצי השני הוא המשולשים הכהים). כעת ננסה להבין כיצד ניתן להיעזר בנתון זה. נתבונן בנוסחה לחישוב שטח טרפז:



$$\frac{\text{(סכום בסיסים)} \cdot \text{גובה}}{2}$$

שטח הטרפז תלוי בגובהו ובסכום הבסיסים. גובה שני הטרפזים זהה, ולכן ההבדל היחיד ביניהם הוא סכום הבסיסים. אם שטח הטרפז הקטן שווה למחצית משטח הטרפז הגדול, הרי שסכום בסיסי הטרפז הקטן שווה למחצית מסכום בסיסי הטרפז הגדול. נתאר קשר זה באופן אלגברי בעזרת "תן למסכן":

$$2 \cdot (EF + 2a) = 2a + 3a$$

$$2EF + 4a = 5a$$

$$2EF = a$$

$$EF = \frac{a}{2}$$

דרך ב' – פתרון מלא

כאמור, שטח הטרפז הקטן שווה למחצית משטח הטרפז הגדול. ניתן לבטא קשר זה באופן אלגברי כדי לחלץ את אורכו של קטע EF. למען הנוחות, נסמן $EF = x$. כמו כן, נסמן את גבהי הטרפזים ב-h (כאמור, גבהי הטרפזים שווים).

נחשב את שטחו של הטרפז הקטן, AEFD:

$$\frac{h \cdot (2a + x)}{2}$$

נחשב את שטחו של הטרפז הגדול, ABCD:

$$\frac{h \cdot (2a + 3a)}{2}$$

נתאר את הקשר בין השטחים באופן אלגברי. ניתן למסכן ונכפול את שטח הטרפז הקטן ב-2:

$$\frac{h \cdot (2a + x)}{2} \cdot 2 = \frac{h \cdot (2a + 3a)}{2}$$

נכפול את שני האגפים ב-2:

$$h \cdot (2a + x) \cdot 2 = h \cdot (2a + 3a)$$

נחלק את שני האגפים ב-h:

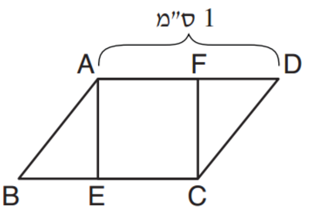
$$(2a + x) \cdot 2 = 2a + 3a$$

$$4a + 2x = 5a$$

$$2x = a$$

$$x = \frac{a}{2}$$

.18 תשובה (2) נכונה. שאלה 18 מתוך 20 בפרק.



עלינו למצוא את אורכה של צלע AE. למען נוחות ההסבר, נסמן צלע זו באות x. נתון כי שטח המקבילית כפול משטח הריבוע. נתאר קשר זה באופן אלגברי כדי למצוא את x.

שטח הריבוע הוא x^2, שכן אורך צלעו x.

שטח המקבילית שווה למכפלת צלע בגובה לצלע ⇐ $x \cdot 1$.

כעת נתאר את הקשר בין השטחים באופן אלגברי. נעבוד בשיטת "תן למסכן":

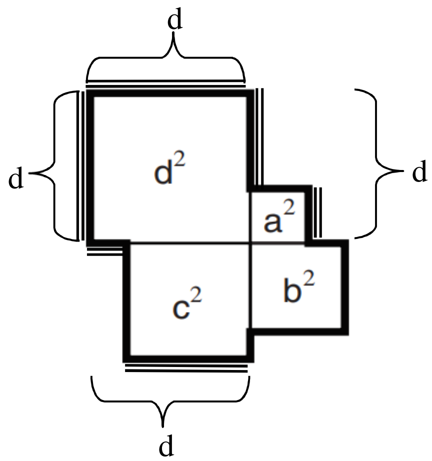
$$2 \cdot x^2 = x$$

נחלק ב-x:

$$2x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$$

.19 תשובה (4) נכונה. שאלה 18 מתוך 20 בפרק.

תחילה, ידוע כי שטח ריבוע זה צלע בשנייה, על כן ניתן לקבוע שאורכי הצלעות של הריבועים הם שורש של השטח הנתון. הצלע הארוכה ביותר היא שורש של d^2, כלומר d, הצלע של הריבוע השני בגודלו היא c, הצלע הבאה היא b והקטנה ביותר היא a.



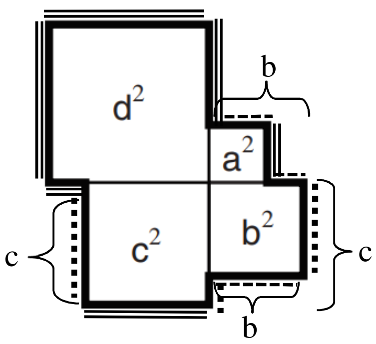
דרך א' – הבנה

כדי לפתור שאלות כאלה מומלץ לאחד צלעות לכדי צלע אחת ארוכה. למשל, ניתן לקבוע שאורך הצלע הימנית של הריבוע ששטחו a^2 וחלק מהצלע הימנית של הריבוע ששטחו d^2 שווים יחד לאורך הצלע הארוכה d.

כמו כן, הצלע התחתונה של הריבוע ששטחו c^2 ועוד חלק מהצלע התחתונה של הריבוע ששטחו d^2 גם כן שווים ביחד לאורך הצלע d.

הצלע העליונה והצלע השמאלית של הריבוע ששטחו d^2 שוות כל אחת ל-d. לכן, יש בסך הכול 4 פעמים את אורך d בהיקף הצורה הזו.

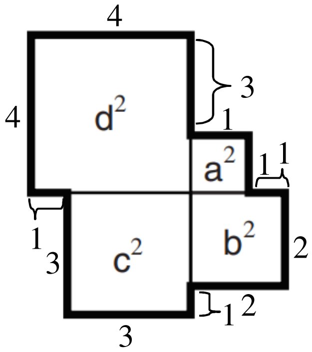
טיפ: כבר בשלב זה ניתן לסמן תשובה (4), שהרי רק בתשובה זו יש 4d. נמשיך למען שלמות ההסבר:



כעת נסתכל על הצלע c. ניתן לראות שהצלע השמאלית בריבוע ששטחו c^2 שווה ל-c. כמו כן, החלק מהצלע הימנית בריבוע ששטחו c^2 ועוד הצלע הימנית בריבוע ששטחו b^2 שווים יחד ל-c.

כעת נסתכל על הצלע b. ניתן לראות שהצלע התחתונה בריבוע ששטחו b^2 שווה ל-b. כמו כן, הצלע העליונה בריבוע ששטחו a^2 ביחד עם החלק של הצלע העליונה בריבוע ששטחו b^2 שווים ל-b.

בסך הכול, ההיקף מורכב מ- $4d + 2c + 2b$.



דרך ב' – הצבת מספר נוח

נציב מספרים: $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$.

נמצא את אורכי הצלעות המרכיבות את היקף הצורה (כמתואר בסרטוט).
את הצלעות שאינן מהוות צלעה שלמה באחד הריבועים נחשב באמצעות חיסור בין צלעות הריבועים.

כעת, נחשב את היקף הצורה:

$$4 + 4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 1 = 26$$

כעת, נציב גם בתשובות $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$, ונחפש תשובה השווה ל-26.
נשים לב שמכיוון שהשתמשנו בהצבת מספרים במקום הנעלמים, עלינו לפסול 3 תשובות בטרם נוכל לסמן תשובה נכונה.

(1) $4a + 4b + c + d \Rightarrow 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 + 4 = 19 \Rightarrow$ התשובה נפסלת.

(2) $2a + 2b + 2c + 2d \Rightarrow 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 20 \Rightarrow$ התשובה נפסלת.

(3) $3a + \frac{3}{2}c + 3d \Rightarrow 3 \cdot 1 + \frac{3}{2} \cdot 3 + 3 \cdot 4 =$ שבר $(19.5) \Rightarrow$ התשובה נפסלת.

טיפ: כיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את תשובה (4) מבלי לבדוק אותה. למען שלמות ההסבר, נראה שהיא אכן מתקיימת בהצבה זו:

(4) $2b + 2c + 4d \Rightarrow 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 26 \Rightarrow$ **מתאים.**

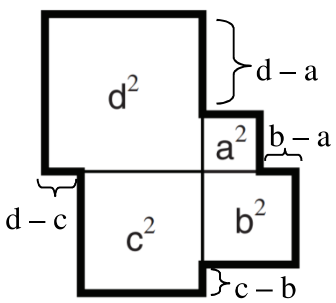
דרך ג' – חישוב

ניתן לחשב את אורכי הצלעות ולחבר אותם:

ראשית, יש 2 צלעות שאורכן d, 2 צלעות שאורכן c, 2 צלעות שאורכן b, ו-2 צלעות שאורכן a.

בנוסף לצלעות אלו, ישנן עוד 4 צלעות שעלינו לחשב את אורכן על ידי חיסור צלעות הריבועים:

אורך הקטע המודגש שמהווה חלק מהצלע התחתונה של הריבוע ששטחו d^2 שווה לצלע כולה, d, פחות הצלע c $(d – c)$.



אורך הקטע המודגש שמהווה חלק מהצלע הימנית של הריבוע ששטחו c^2 שווה לצלע כולה, c, פחות הצלע b $(c – b)$.

אורך הקטע המודגש שמהווה חלק מהצלע העליונה של הריבוע ששטחו b^2 שווה לצלע כולה, b, פחות הצלע a $(b – a)$.

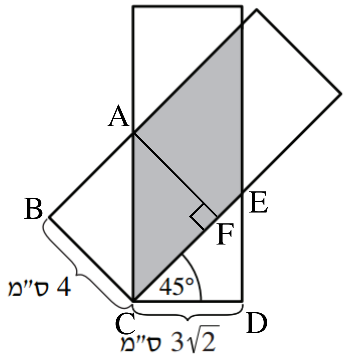
אורך הקטע המודגש שמהווה חלק מהצלע הימנית של הריבוע ששטחו d^2 שווה לצלע כולה, d, פחות הצלע a $(d – a)$.

נסכום את כל האורכים:

$$2d + 2c + 2b + 2a + (d – c) + (c – b) + (b – a) + (d – a) = 4d + 2c + 2b$$

תשובה (4) נכונה. ניתן גם לשים לב שאין צורך לחשב באופן מלא, שהרי נוכל לפסול 3 תשובות גם לאחר חישוב חלקי. לדוגמה, לאחר שנמצא שיש בהיקף 4d, נישאר עם תשובה (4) בלבד, ועל כן אין צורך לחשב את יתר הגורמים.

20. תשובה (4) נכונה. שאלה 20 מתוך 20 בפרק.



אנו מתבקשים למצוא את שטח המקבילית הכהה. למען נוחות ההסבר, נסמן את הנקודות באותיות כמתואר בסרטוט.

כידוע, שטח מקבילית שווה למכפלת צלע בגובה לצלע. נסרטט כבניית עזר גובה AF. למעשה כך יצרנו מלבן BAFC. לכן, אורכו של הגובה AF שווה לאורך צלע BC (צלעות נגדיות במלבן שוות). כלומר, $BC = 4$. כל שנותר לנו הוא למצוא את אורכה של צלע CE.

נתמקד במשולש CDE, שהוא משולש ישר זווית עם זווית $45°$, כלומר משולש כסף. במשולש כסף, היתר גדול מהניצבים פי $\sqrt{2}$.

$$CE = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 = 6$$

לפיכך, שטח המקבילית הוא 24 סמ"ר $(6 \cdot 4)$.